UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALFENAS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
MESTRADO NACIONAL PROFISSIONAL EM ENSINO DE FÍSICA
POLO 28

JOÃO PEDRO SILVA GARCIA

O ENSINO DE REGRAS DE ALAVANCA COM AUXÍLIO DE MODELAGENS ATRAVÉS DO GEOGEBRA

ALFENAS/MG
2024

JOÃO PEDRO SILVA GARCIA

O ENSINO DE REGRAS DE ALAVANCA COM AUXÍLIO DE MODELAGENS ATRAVÉS DO GEOGEBRA

Este produto educacional é parte integrante da dissertação: O ENSINO DE REGRAS DE ALAVANCA COM AUXÍLIO DE MODELAGENS ATRAVÉS DO GEOGEBRA, desenvolvida no âmbito do Programa de Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física, polo 28 – Universidade Federal de Alfenas - UNIFAL, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador: Prof. João Vicente Zampieron, Ph.D

ALFENAS/MG
2024

Dedico o presente trabalho à minha esposa, que sempre me apoiou. Aos meus filhos, que são uma fonte infinita de motivação. A todos os docentes que tive, sem eles não conseguiria.

AGRADECIMENTOS

À Universidade, por proporcionar o programa de ensino.

Ao Prof. João Vicente Zampieron, Ph.D, por estar ao meu lado, me guiando nesta caminhada.

À coordenação, por serem atenciosos solícitos.

Aos colegas de estudo, por compartilharem momentos importantes e cruciais.

Aos colegas de trabalho, por terem feito parte desta construção.

À minha esposa, por nunca ter deixado de estar junto comigo em qualquer situação.

Aos meus pais, por terem me ensinado a nunca desistir.

Aos meus filhos, por terem me mostrado que a vida sempre vale à pena.

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – código de financiamento 001.

Knowledge isn't free. You have to pay attention.

(Richard Feynman)

Faça o melhor que você puder na condição que você tem, enquanto não tem condições melhores para fazer melhor ainda.

(Mário Sérgio Cortella)

Seu eu não for por mim, quem o será? Se eu for só por mim, que serei eu? Se não agora, quando?

(Hilel, o Ancião)

Não abandone o seu futuro, dê duro, lute por ele.
Não abandone o seu destino, só o ensino te leva lá.

(Carlinhos Brown e Lexa, 2020)

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1. APRESENTAÇÃO

O presente produto educacional visa desenvolver atividades didáticas no âmbito do ensino de Mecânica no tópico de equilíbrio de sistemas de alavancas. As propostas aqui feitas são de caráter construtivista, objetivando ajudar os estudantes a desenvolverem a capacidade de abstração da teoria Física apresentada para a criação de modelos idealizados, passíveis de solução.

O produto é destinado para estudantes do Ensino Médio, entre o 1° e 3° anos, para ser aplicado no módulo de estudo sobre máquinas simples. O tema é primeiramente abordado no 7° ano do Ensino Fundamental, porém um aprofundamento na teoria é feito no ensino médio, e a proposta é desenvolver a competência dos alunos nesta etapa, onde a metodologia é melhor aplicada devido ao estágio de formação que se encontram.

A proposta pedagógica faz uso do aplicativo GeoGebra para desenvolver parte das atividades como forma de ajudar na visualização dos sistemas propostos, tornando o conhecimento abordado mais tácito e passível de modelagem onde não há tantos recursos para experimentação física.

A motivação de criação de tal material para estudo do tópico descrito veio da dificuldade do próprio autor, ao cursar graduação em Engenharia, de idealizar sistemas estáticos para determinação dos esforços neles sofridos. Identificando, após ingressar na carreira de professor, que a dificuldade veio devido à uma lacuna no aprendizado sobre o tema, decidiu propor tal sequência didática a fim de suprir esta lacuna nas sequências didáticas.

A ferramenta de modelagem matemática GeoGebra é imensamente abrangente e a aplicação neste produto se dá de forma simples, mas bem elaborada, usando recursos geométricos para modelar as propostas didáticas. A aplicação do instrumento eletrônico visa fazer um primeiro contato dos alunos com a ferramenta, propondo despertar o interesse deles para utilizar em outras propostas de estudo da matemática. A sequência didática não instrui sobre como modelar sistemas no software, por se tratar de um assunto para tópico específico, mas, ainda assim, os alunos terão contato e conhecerão a ferramenta.

A sequência aqui proposta apresenta o tema de forma didática e lúdica, porém deixa em aberto para o professor complementar todo e qualquer tópico da forma que estiver mais acostumado e se sentir mais confortável. Não é de interesse deste produto se tornar uma apostila engessada, de forma que não haja nenhuma outra forma de utilizá-la, e sim, trazer uma proposta onde todos consigam complementar suas aulas para a melhoria da qualidade do ensino e para fomentar a divulgação do conhecimento científico.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo será abordada a teoria que fundamentou a criação deste produto educacional, trazendo os conceitos básicos para a compreensão minimamente aprofundada sobre o tema, de maneira que seja simples e fácil a interação com os alunos durante o desenvolvimento do procedimento didático.

O ensino de regras de alavancas é primeiramente abordado no estudo de Ciências no 7° ano do ensino fundamental, na habilidade (EF07CI01). O contato que os alunos têm com o tópico os leva a entender, de maneira inicial e superficial, algumas aplicações básicas e, algumas vezes, o conceito básico de funcionamento dos sistemas. O aprofundamento sobre o tema é feito no Ensino Médio, ao se depararem com a disciplina de Física durante o desenvolvimento da habilidade (EM13CNT306) (BRASIL, 2018).

Para que o princípio seja desenvolvido de forma plena, alguns conceitos básicos são necessários, o que garantirá que o aluno possa desenvolver atividades e aplicações com plena autonomia. Durante o curso de Ciências no ensino fundamental os alunos ainda não possuem um ferramental matemático nem um conhecimento abrangente sobre Ciências Físicas que os permitam desenvolver e compreender completamente estes conceitos. A continuidade e o aprofundamento são feitos no Ensino Médio, onde os alunos possuem mais maturidade e uma maior bagagem de conhecimentos.

Quando iniciam no primeiro ano do Ensino Médio, os alunos se deparam com aulas exclusivas para estudarem física, garantindo que possam desenvolver um pensamento mais crítico a respeito do tema. Mesmo quando não houve contato dos alunos com o tema estudado, seja qual for a justificativa, a apresentação do conteúdo deve atingir a todos, garantindo que consigam desenvolver este pensamento desde princípios básicos. O aprofundamento nos tópicos que foram vistos durante as aulas de Ciências acontece naturalmente.

2.1. O CONCEITO DE FORÇA

As alavancas são mecanismos que fazem aplicação direta de forças em barras, tornando este conjunto uma máquina simples que é, e pode ser, empregado em inúmeras situações rotineiras. Para isso, a definição do que é o conceito de força é necessária para compreender como esta afeta os sistemas.

Isaac Newton foi um Físico que viveu entre os séculos XVII e XVIII, e durante sua vida fez grandes contribuições para o desenvolvimento da ciência. Suas publicações revolucionaram grandes áreas de pensamento e uma delas foi o estudo da Mecânica. Tratada hoje como mecânica Newtoniana, parte de conceitos que foram definidos pelo próprio Isaac Newton consegue modelar inúmeras situações do cotidiano de nossa vida com grande precisão.

Dentre os desenvolvimentos que Newton fez, o que é mais aplicado no estudo das alavancas é a 2ª lei de Newton, ou *Princípio Fundamental da Dinâmica*, que definem como é possível determinar uma força através de características fornecidas pelo meio. A definição de força expressa em sua obra diz que "A variação do momento é proporcional à força impressa, e tem direção da força" (NUSSENZVEIG, 2013). O que foi afirmado é que há uma propriedade do corpo chamada de momento e que esta, variando quanto ao tempo, resulta em força.

O momento de um corpo é expresso pela letra p e é definido como o produto entre a velocidade e a massa do mesmo,

$$\overrightarrow{p} = m\vec{v}, \tag{1}$$

mostrando que é dependente de uma característica particular de cada partícula em estudo, a massa, e de outra que envolve a movimentação da mesma, velocidade.

Partindo da definição anterior e chegando ao que Newton afirmou, é possível chegar à expressão matemática que demonstra relação que nos permite definir uma força que está agindo sobre um corpo. Variando o momento em função do tempo temos:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \tag{2}$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{dm}{dt}\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dm}{dt}v + m\frac{d\vec{v}}{dt} \tag{3}$$

$$\therefore \vec{F} = \frac{dm}{dt}v + m\frac{d\vec{v}}{dt} \tag{4}$$

.Observando as equações acima, chega-se à conclusão de que a força é dependente de dois fatores, a variação em relação ao tempo da velocidade da massa do corpo estudado.

Em muitas situações, nos deparamos com sistemas com diferentes complexidades. Se analisarmos uma gota de chuva que cai ou um foguete, ambos possuem massa variável (a gota aumenta e o foguete diminui), podendo aplicar a definição anterior sem problema algum para o estudo (NUSSENZVEIG, 2013). Há considerações que podem ser feitas para tornar os sistemas estudados mais ideais e simples para serem estudados e compreendidos que são feitas em muitos livros didáticos, inclusive do ensino médio. Os sistemas mais simples, onde podemos considerar a massa constante, nos levam à uma relação em que o termo da variação da massa é anulado e a força pode ser definida apenas com dependência à variação da velocidade, de acordo com o definido abaixo:

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} \,. \tag{5}$$

Considerando a variação da velocidade como sendo a aceleração sofrida pelo corpo, chegamos à expressão mais divulgada como sendo o *Princípio Fundamental da Dinâmica*, ou a 2ª Lei de Newton:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{\alpha} \tag{6}$$

$$\therefore \vec{F} = m\vec{\alpha} \,. \tag{7}$$

Para o estudo dos sistemas de alavancas, pode-se considerar que os corpos estão apoiados sobre as barras e exercem força sobre as mesmas. Um questionamento pode ser feito a respeito da situação, levando em conta a expressão que define força de forma idealizada, “como os corpos exercem força sobre as alavancas quando estão apenas apoiados sobre elas?”. A resposta que diz respeito ao caso estudado é de que “todos os corpos envolvidos no estudo estão sofrendo a aceleração da gravidade”, portanto, exercem uma força chamada de *Peso* sobre o sistema, que é a força que age sobre todos os corpos na vizinhança da superfície da Terra que estão sob a *ação da gravidade* (NUSSENZVEIG, 2013).
Tendo em vista as considerações feitas anteriormente, o conceito da força que age em um sistema de alavancas foi abordado, sendo ela imposta por um agente externo ou devido à ação da gravidade sobre o corpo. As duas situações podem acontecer nos sistemas, mas ambas são passíveis de serem estudadas da mesma forma.

2.2. O CONCEITO DE TORQUE

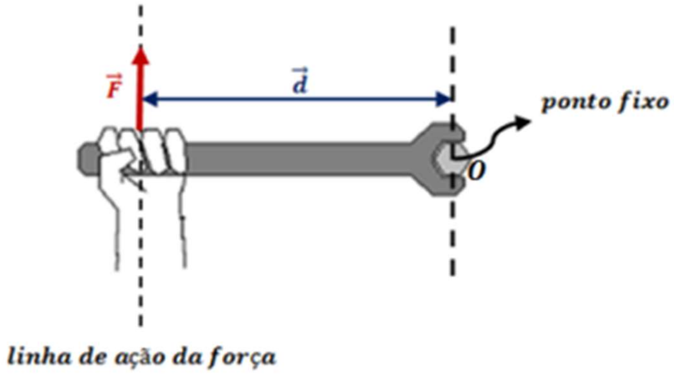
As alavancas são sistemas que possuem uma haste e um ponto de apoio e sua funcionalidade está baseada no giro da hasta sobre o ponto. Quando há a aplicação de uma força sobre a alavanca, o que acontece é que a haste sofre *Torque* naquele ponto fixo de apoio, que é o que garante o princípio de funcionamento do sistema.

Quando um corpo rígido que possui um ponto fixo de apoio sofre a ação de uma força, cuja linha de ação não passa por este, há uma tendência de giro do corpo sobre o ponto. Esta ação é chamada de *Torque*, que é responsável pelo sentido e intensidade do movimento de rotação que o sistema, ou corpo, sofre (SERWEY e JEWETT JR, 2014). Ao observar a Figura 1 é possível notar a força F agindo no cabo da chave que está sendo aplicada para girar a porca no ponto O . A definição de *Torque* é dada pela relação:

$$\vec{T} = \vec{F} \times d\,, \tag{8}$$

onde T é o torque sofrido; F é a força aplica e d é a distância da força ao ponto de apoio.

Figura 1- Força aplicada a uma chave inglesa



Fonte: POLONIO, 2018.

Note que, ainda na Figura 1, a força F está aplicada próximo à extremidade da chave. A distância considerada para que seja possível a consideração correta do torque gerado pela força deve sempre ser *perpendicular* à força. Tendo isso, o cálculo do torque na situação expressa pode ser feito considerando o módulo integral da força, pois a mesma já se encontra nas condições indicadas (SERWEY e JEWETT JR, 2014). As afirmações acima confirmam a validade da equação 8. Toda vez que há uma aplicação de *Torque* é preciso definir qual será o *braço de alavanca* considerado para o cálculo, que no caso é d .

Em sistemas de alavancas o princípio de *Torque* é usado para compreender a tendência ao equilíbrio ou à rotação em algum sentido. A relação fundamental que define o funcionamento dos sistemas de alavancas é baseada no conceito de torque, garantindo que seja o mesmo, para o equilíbrio, ou maior para que haja movimento do corpo que se deseja.

Nos sistemas estudados na sequência didática proposta no presente trabalho, todas as forças serão consideradas já perpendiculares às barras, devido ao fato de se estar estudando sistemas de alavancas em *equilíbrio*.

2.3. EQUILÍBRIO DE CORPOS EXTENSOS

Quando são abordados sistemas de corpos que sofrem ações de forças, é necessário compreender se o conjunto deve ficar estático ou não. Para o presente trabalho, serão considerados sistemas estáticos, com isso as condições para que corpos extensos se mantenham em equilíbrio precisam ser abordadas.

Para que um corpo extenso qualquer seja considerado em equilíbrio, é necessário que não haja movimento translacional nem rotacional. A fim de garantir estas condições, é necessário que:

- A força resultante seja nula ($\overrightarrow{F_R} = 0$);
- O torque resultante seja nulo ($\overrightarrow{T_R} = 0$).

Quando a primeira condição é satisfeita é assegurado o equilíbrio translacional, com isso o somatório de todas as forças externas que agem sobre o sistema deve ser zero.

$$\overrightarrow{F_R} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} + \cdots + \overrightarrow{F_n} = 0\,. \tag{9}$$

É importante ressaltar que deve ser feita uma soma vetorial das forças, considerando suas componentes verticais e horizontais, garantindo que não haja movimentação em nenhum sentido.

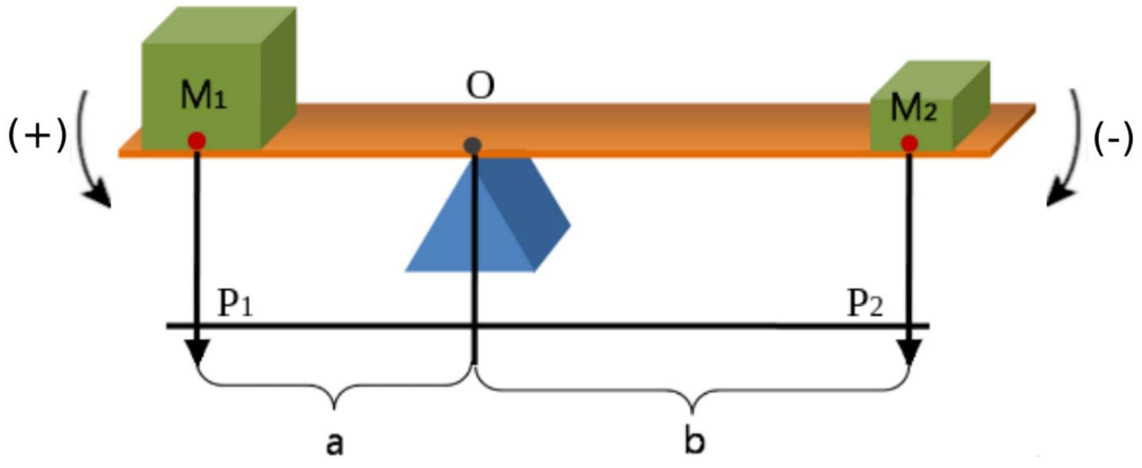
Os sistemas abordados no presente trabalho são idealizados e desconsideram as movimentações translacionais, qualquer que seja o sentido, portanto a atenção será voltada ao equilíbrio rotacional dos sistemas.

Quando a segunda condição é satisfeita é assegurado o equilíbrio rotacional, com isso o somatório de todos os torques em relação a um dado ponto deve ser zero.

$$\overrightarrow{T_R} = \overrightarrow{T_1} + \overrightarrow{T_2} + \overrightarrow{T_3} + \cdots + \overrightarrow{T_n} = 0\,. \tag{10}$$

Quando são estudados sistemas que sofrem torque, deve-se adotar um referencial para em relação ao sentido de rotação, horário ou anti-horário, considerando um positivo e outro negativo. Por serem grandezas vetoriais, o referencial é necessário para que a soma seja feita.

Figura 2 - Equilíbrio de um corpo extenso



Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Lever_Principle_3D.png (Adaptada)

O sistema apresentado na Figura 2, é uma barra de alavanca interfixa onde duas forças estão agindo. É válido ressaltar que nos sistemas abordados no presente trabalho desconsidera-se a força peso da barra de alavanca. Esta condição foi estabelecida por tentar comparar o estudo com conhecimento empírico do cotidiano, onde, geralmente, não se considera a alavanca em si, mas apenas o esforço que pretende-se exercer ou vencer. Cada esforço exerce torque sobre o ponto de apoio e este deve ser nulo para que o sistema esteja estático. Seguindo as definições feitas anteriormente, é possível chegar à relação abaixo:

$$\overrightarrow{T_R} = \overrightarrow{T_1} + \overrightarrow{T_2} = 0 \tag{11}$$

$$\overrightarrow{T_1} = \overrightarrow{P_1} a \tag{12}$$

$$\overrightarrow{T_2} = \overrightarrow{P_2} b \tag{13}$$

$$\overrightarrow{P_1} a + \overrightarrow{P_2} b = 0\,. \tag{14}$$

considerando a definição de referencial sobre os sentidos positivo e negativo de rotação adotada na Figura 3.2, tem-se:

$$\overrightarrow{P_1} a - \overrightarrow{P_2} b = 0 \tag{15}$$

$$\therefore \overrightarrow{P_1} a = \overrightarrow{P_2} b\,. \tag{16}$$

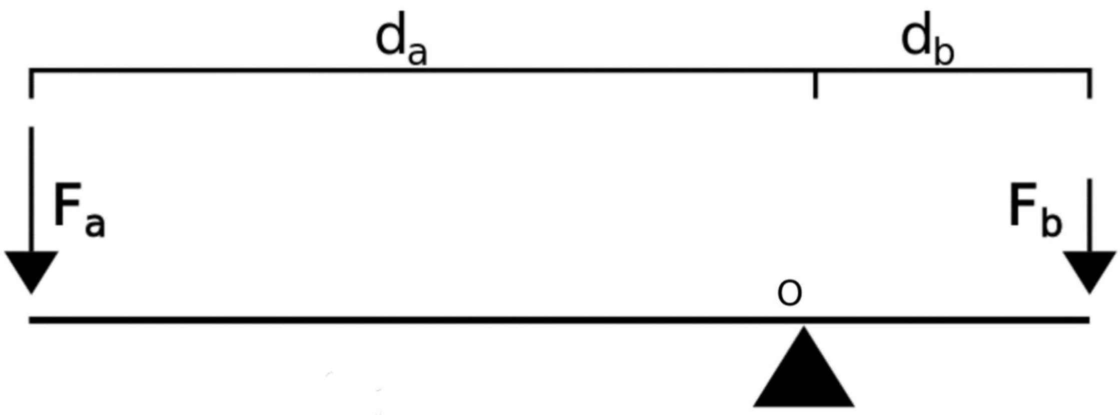
A equação (16) acima expressa uma relação fundamental para a compreensão da eficiência e do funcionamento dos sistemas de alavancas. A expressão possibilita a determinação dos parâmetros necessários para que o sistema esteja em equilíbrio e permite o cálculo tanto das forças, quanto das distâncias. Esta é a relação fundamental dos sistemas de alavancas

2.4. AS ALAVANCAS

O conceito básico de uma alavanca pode ser visualizado na Figura 3, onde uma barra rígida é apoiada em um ponto fixo que quando aplicada uma força em um ponto qualquer de sua extensão tenda a girar em torno deste. Com o uso deste mecanismo idealizado por Arquimedes no século III a.c., foi possível alterar as características do vetor força que age em outro ponto da barra, que não o que se aplica a força inicial. Esta condição leva a criar vantagens mecânicas onde, por sua vez, permite modificar o módulo, direção ou sentido da força aplicada (CRUZ, 2020).

O princípio que leva ao funcionamento das alavancas é o equilíbrio rotacional, onde a tendência é aplicar uma força chamada de potente para vencer outra chamada resistente. Para que isso aconteça deve haver uma relação entre o torque gerado por ambas as forças, garantindo que a força potente gere um módulo maior. Quando se quer obter o equilíbrio, a tendencia é que os valores sejam iguais.

Figura 3 - Alavanca



Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Alavanca.svg (Adaptada)

A Figura 3 acima traz a representação de uma alavanca, onde é possível destacar seus elementos, sendo eles:

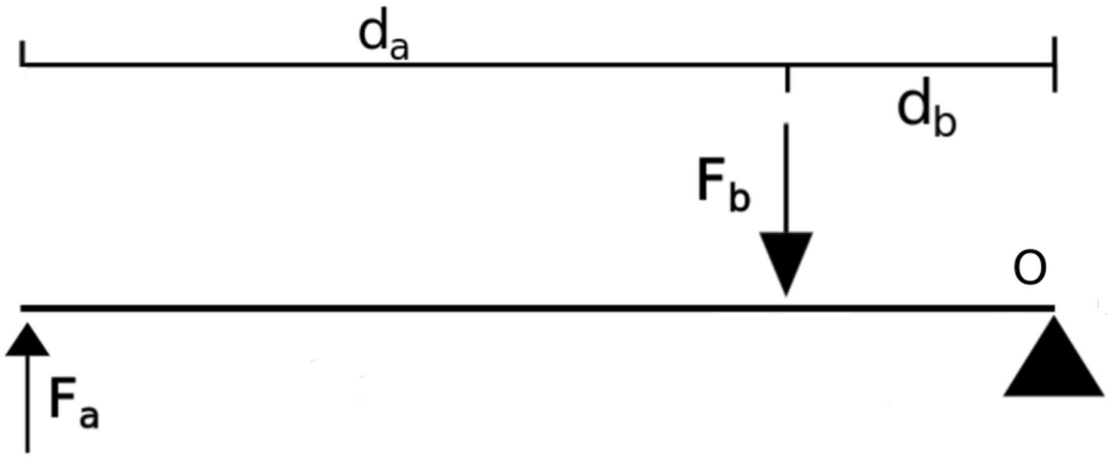
- Força potente $(\overrightarrow{F_a})$ - responsável por sustentar a resistência;
- Força resistente $(\overrightarrow{F_b})$ - a que deve ser superada ou equilibrada;

- Braço de potência (d_a) - distância de aplicação de $\overrightarrow{F_P}$ ao ponto de apoio;
- Braço de resistência (d_b) - distância de aplicação de $\overrightarrow{F_R}$ ao ponto de apoio;
- Ponto de apoio fixo (O) - ponto de rotação da alavanca.

Todos os elementos citados acima fazem parte de qualquer sistema de alavanca, mas há diferentes formas de construí-los. A Figura 3 traz uma alavanca interfixa, a qual possui o ponto de apoio entre a aplicação das forças potente e resistente. Este tipo de montagem é um dos mais conhecidos e usados em aplicações simples. Nota-se que, caso haja espaço físico suficiente, este sistema possui uma vantagem grande quanto à disposição dos elementos, permitindo que o braço de potência possa ser facilmente ajustado para ser maior do que o braço de resistência, garantindo que seja necessária uma menos aplicação de força potente.

Na Figura 4 abaixo está explícito um sistema classificado como inter-resistente. A nomenclatura vem devido ao posicionamento das forças em relação ao ponto de apoio. Para que um sistema se comporte desta forma é necessário que o ponto de apoio esteja em uma das extremidades da haste e que a força potente esteja na outra. Entre elas é posicionada a força resistente. Em sistemas desta natureza, o braço potente sempre é maior do que o braço resistente, porém, o que garante a eficiência é a diferença entre os tamanhos.

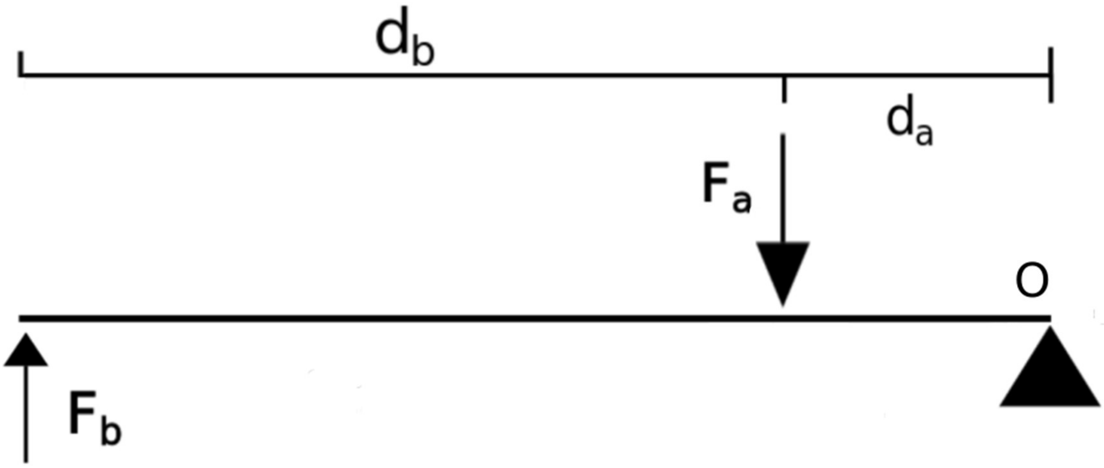
Figura 4 - Alavanca Inter-resistente



Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Alavanca.svg (Adaptada)

Já a Figura 5 traz a concepção da alavanca interpotente. Esta representa uma montagem cujo posicionamento, análogo ao da inter-resistente, possui também o ponto fixo em uma extremidade, mas as forças se invertem. A força resistente vai na outra extremidade e a potente entre ela e o ponto de apoio. Esta natureza de sistemas possui a característica de sempre a força potente ser maior do que a resistente, não importa se o objetivo é equilibrar ou vencer. O fato acontece pelo braço potente ser sempre menor do que o resistente. Quanto menor a diferença entre eles, menor a diferença entre as forças aplicadas.

Figura 5 - Alavanca Interpotente



Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Alavanca.svg (Adaptada)

Como os tipos de alavancas são vários, é possível usar os conceitos e determinar uma grandeza que pode classificar cada um indicando a *vantagem mecânica (V_m)* em sua aplicação.

Esta é uma relação simples que mostra o quão eficiente pode ser o sistema. Matematicamente pode ser determinada como a razão entre o braço potente (d_a) e o braço resistente (d_b) (CRUZ, 2020), veja:

$$V_m = \frac{d_a}{d_b} \tag{17}$$

Na relação acima é possível obter três tipos de valores para V_m:

- $V_m > 1$ - Indica que a força potente será menor do que a força resistente;
- $V_m = 1$ - Indica que a força potente será igual a força resistente;
- $V_m < 1$ - Indica que a força potente será maior do que a força resistente.

A determinação de qual sistema de alavanca será usado não depende integralmente da vantagem mecânica que este pode trazer, caso fosse o sistema interpotente não teria utilidade. A escolha depende da atividade que deve ser executada.

O artigo publicado por Pereira, Rocha e Formigosa (2020) mostra aplicações práticas dos sistemas de alavancas em mecanismos antigos para a produção de farinha de mandioca no estado do Pará. A revisão traz uma análise dos sistemas, que são usados da mesma forma há anos pelas famílias produtoras e os mesmos dizem que foram eles, ou conhecidos, que fizeram as máquinas. Pode-se notar que os sistemas foram criados com base em conhecimentos empírico, sem serem baseados em teorias ou estudos científicos, e funcionam com grande eficiência para a execução do trabalho que precisa ser feito.

Esta é uma pequena amostra de como são empregadas as alavancas no cotidiano das pessoas. São sistemas simples, que demandam conhecimento prático para serem operados e idealizados e trazem grandes vantagens para o desenvolvimento da população

2.5. O CONSTRUTIVISMO DE PIAGET E O ENSINO DE FÍSICA

A teoria metodológica de Piaget traz consigo uma proposta de construtivismo dentro de um mundo que, na época, era quase que exclusivamente behaviorista. Sua proposta visa trabalhar com os estudantes de forma que os mesmos consigam aumentar a gama de conhecimento que possuem através de uma análise lógica de pensamento sobre o assunto, passando por processor que os levem a chegar a um conceito mais elaborado e sofisticado.

No desenvolvimento de sua obra, Piaget conseguiu concluir, com base nas experiências e análise de dados, como o desenvolvimento da criança afeta sua capacidade cognitiva. Segundo Ferracioli (1999), as constatações do pensador foram de que a capacidade cognitiva da criança é dada segundo fatores que são únicos para cada indivíduo, porém segue etapas que são comuns a todos e, para a transição entre estas, é preciso atingir o mesmo nível de desenvolvimento cognitivo.

O desenvolvimento da criança passa por etapas que podem ser notadas e estabelecidas como: sensório motor; pré-operacional; operacional concreta e operacional formal. Cada uma destas etapas representa um estádio de desenvolvimento do indivíduo (PIAGET e INHELER, 2006). Se fosse possível distinguir por faixa etária, a classificação estaria da seguinte forma: 0 a 2 anos; 2 a 6-7 anos; 7-8 a 11-12 anos; 12-13 anos até idade adulta, respectivamente (MOREIRA, 2011).

As etapas mais consideradas para o público-alvo do presente trabalho são a operacional concreta e operacional formal. Considerando que alunos do ensino médio estão na faixa etária entre os 15 e 18 anos, alguns já estarão na última etapa e outros no processo de transição.

Na etapa operacional concreta a criança atingiu a capacidade de desenvolver raciocínios lógicos de natureza reversível, compreender a inversão de relações por negação e de fazer comparações entre objetos reais com certa precisão. Já na etapa seguinte, operacional formal, é atingida a capacidade de formular e trabalhar com hipóteses, não apenas com objetos concretos. A capacidade de operação mental é contínua e o adolescente consegue manipular proposições com certo nível de complexidade (MOREIRA, 2011)

Seguindo estas propostas feitas pelos autores previamente citados, Moreira (2011) traz uma interpretação, baseada nas obras de Piaget, de que, para que o crescimento cognitivo da criança, as etapas podem ser estabelecidas como *assimilação*, *acomodação* e *equilibração*. O primeiro termo se refere ao primeiro contato da criança com a informação inovadora e diferente, onde há um impacto sobre como lidar com isso.

O segundo termo, citado no parágrafo anterior, diz ao que a mente deve fazer para tratar a informação recebida. Há a possibilidade de desistir, não assimilar, ou de se acomodar àquilo de forma a construir esquemas de assimilação tendo, assim, o desenvolvimento cognitivo. Por último há o termo *equilibração*, o qual se refere a adaptação do indivíduo à situação imposta, de forma que ele esteja apto para novas experiências e desafios que causarão, também, impactos sobre a assimilação inicial.

A teoria construtivista, que foi abordada não apenas por Piaget, mas por outros grandes autores sobre Ensino na história, como Vygotsky, pode, e é, largamente utilizada para o ensino das Ciências da Natureza. Segundo Moraes (2003) professor que desempenha um papel construtivista junto com seus alunos deve sempre assumir algumas atitudes dentro de sela de aula para que consiga desempenhar um bom papel no processo de ensino-aprendizagem, são elas: atitude pesquisadora, questionadora e problematizadora; flexibilidade; mediação; interdisciplinaridade e diálogo.

As etapas citadas acima pelo autor indicam que o professor construtivista é um eterno pesquisador de sua prática e de seus estudantes. Entender quais são os conhecimentos prévios dos alunos, bem como suas motivações e emoções, faz parte da atitude pesquisadora. Questionar como forma de ensino é uma atitude que leva os estudantes a pensarem e se expressarem de forma ativa durante a aula. A flexibilidade do docente o permite não ficar preso à planos pré-estabelecidos, podendo, assim, adequar a aula de forma dinâmica (NETO *et al*., 2008).

A mediação leva o professor a ajudar os alunos trilharem o caminho do conhecimento prévio até o conteúdo final proposto, de forma que os auxilie e os direcione, garantindo que não desistam. Criar problemas significativos também é um papel importante do professor, para que tenha sentido para os estudantes (MORAES, 2003). A interdisciplinaridade permite ao professor se aproximar das outras disciplinas e o diálogo valoriza e explora o conhecimento dos alunos a partir de sua fala.

O presente trabalho traz uma sequência didática que segue um cunho construtivista baseada na revisão proposta pelos autores acima citados. Sendo direcionada para estudantes do ensino médio, a metodologia aborda aspectos onde os alunos são apresentados a um tema novo, de forma crescente quanto à complexidade do conteúdo, fazendo com que passem pelo processo de assimilação, acomodação e equilibração, conforme a teoria de Piaget propõe.

Durante o desenvolvimento do processo, há a abordagem tecnológica para auxiliar os alunos a fazerem comparações e formular hipóteses sobre a aplicação e uso do conteúdo. Os problemas foram criados de forma que abordem situações do cotidiano, trazendo o máximo possível de familiarização para com os estudantes.

3. MODELANDO COM O GEOGEBRA

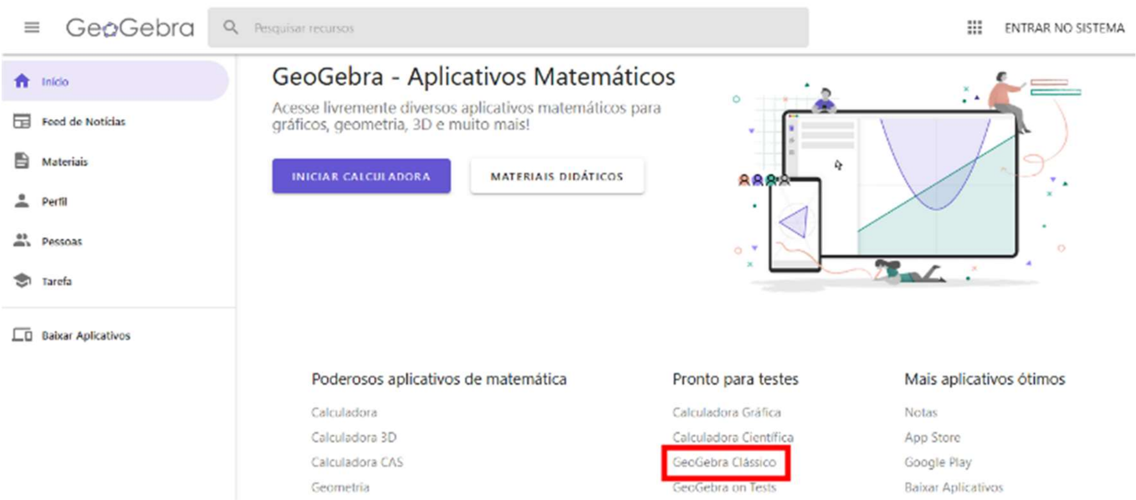
Conforme mencionado no capítulo anterior, o GeoGebra é uma ferramenta que permite desenvolver atividades envolvendo geometria e álgebra, sendo possível criar, modificar e analisar funções, bem como criar e relacionar elementos de geometria. Com isso, a modelagem de sistemas diversos é possível de ser feita quando há a união desses conceitos, juntamente com a criatividade e capacidade de adaptação de quem cria o sistema.

Sendo um aplicativo gratuito, o acesso é simples e disponível para todos. É possível usar a ferramenta fazendo o download e instalação do programa no computador ou através do acesso online via web. O uso online permite que toda criação fique disponível na nuvem, garantindo divulgação e acesso de todos.

As programações que serão desenvolvidas nesta etapa do trabalho serão todas feitas de forma online, usando o aplicativo web, para que não seja necessária nenhuma instalação, tornando mais fácil e versátil o uso. Para desenvolver modelagens simples ou complexas usando o GeoGebra não é necessário nenhum registro ou cadastro na plataforma, tornando o aplicativo dinâmico e passível de uso em contextos diversos, permitindo até o download do arquivo para que seja salva a programação no computador ou pen drive. Para fazer uso da nuvem para salvar atividades, permitindo o uso em diferentes locais através da internet e a publicação para acesso de todos, é necessário um login através de uma conta *Google*, do *Facebook* ou registro na própria plataforma do GeoGebra.

O acesso pode ser feito inicialmente através do site https://www.geogebra.org/ e, dentro deste, há diversas versões que podem ser acessadas. Uma que possui fácil manuseio e uma gama de ferramentas que permitem trabalhar facilmente é o "GeoGebra Clássico", a qual será utilizada em todas as programações desenvolvidas aqui. Na Figura 6 abaixo, é possível notar como acessar a mesma e iniciar seu uso.

Figura 6 - Página inicial GeoGebra



Fonte: https://www.geogebra.org/

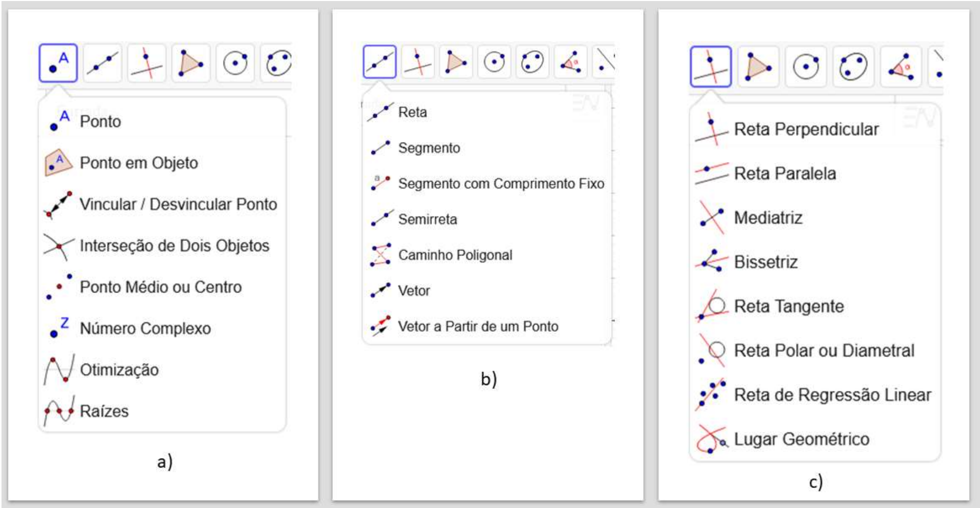
Ao clicar na opção destacada anteriormente, uma janela abrirá dentro do próprio navegador, conforme a Figura 7, onde há a área algébrica, a esquerda e a área gráfica ou geométrica, a direita. Na parte superior é possível ver as diversas ferramentas que podem ser usadas para o desenvolvimento de modelagens.

Figura 7 - Área de trabalho do GeoGebra

Fonte: https://www.geogebra.org/classic

Cada entrada de dados ou comando inserido na área algébrica, gera uma curva ou representação geométrica na área gráfica. É possível fazer a entrada de diversos dados ou partir de comandos através das ferramentas disponibilizadas direto no aplicativo. A Figura 8 abaixo mostra as possibilidades que o software oferece quando se trada de criação de pontos, retas, semirretas e relações entre eles. É possível determinar interseções, perpendicularidades e até vetores, entre outras possibilidades.

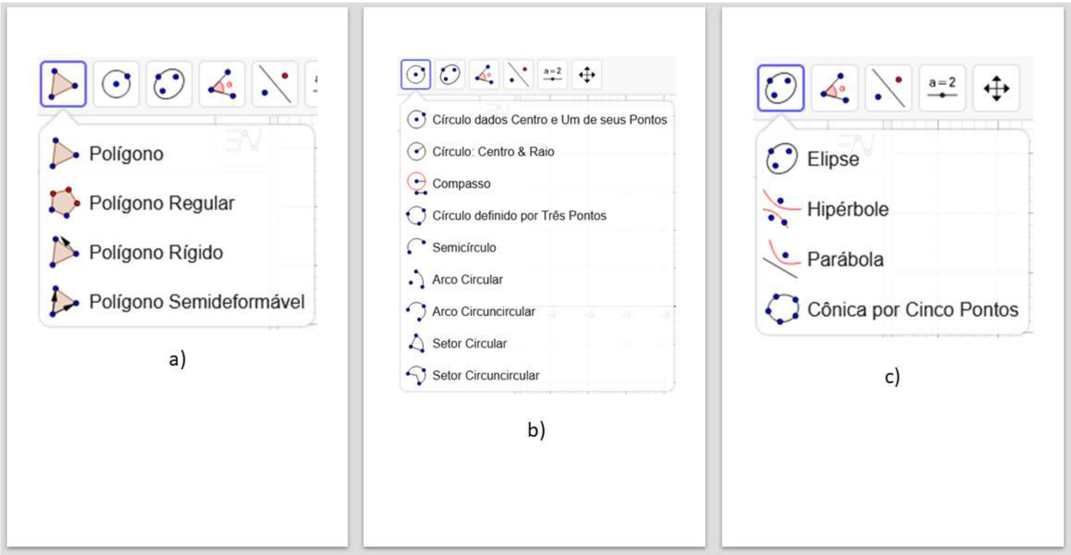
Figura 8 - Conjunto de ferramentas do GeoGebra



Fonte: https://www.geogebra.org/classic

A Figura 9 traz as ferramentas que possibilitam a criação de formas geométricas planas, como polígonos, circunferências e elipses, entre outras. As opções são muitas e bastante diversas, permitindo diversos tipos de criações e relações entre as mesmas.

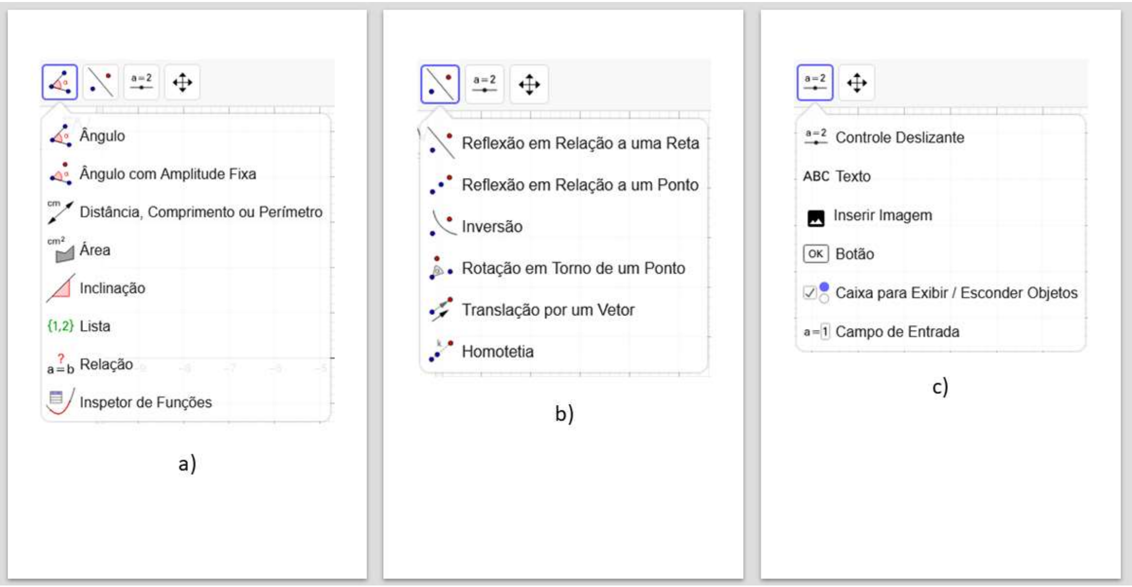
Figura 9 - Conjunto de ferramentas do GeoGebra



Fonte: https://www.geogebra.org/classic

A Figura 10 traz elementos de trigonometria, como medidas de ângulos, de medição, como áreas e comprimentos, e informações sobre curvas, como coeficiênte angular. Além, é possível acessar ferramentas que façam a duplicação de um ou mais elementos segundo um critério, como reflexão. Na última imagem, representada pela letra c), há a inserção de textos, criação de comandos deslizantes que permitem a manipulação de sistemas em tempo real, criando um ambiente de visualização dinâmico.

Figura 10 - Conjunto de ferramentas do GeoGebra



Fonte: https://www.geogebra.org/classic

Conforme citado, o trabalho de Kripka *et al* (2017) trouxe um passo a passo para a criação da modelagem usada no procedimento didático proposto. Os autores criaram uma modelagem para ser elaborada por grupos de alunos, de forma que os mesmos pudessem ter contato com conceitos de álgebra linear para criar sistemas dinâmicos para automatizar cálculos. A proposta era tornar visual e, ao mesmo tempo, mostrar para os alunos como deve ser feito o processo de modelagem idealizada de uma proposta.

Os autores acima propuseram a criação do modelo de forma orientada, seguindo doze passos para seu desenvolvimento. Abaixo serão apresentados os passos, com certo grau de fidedignidade, que foram propostos pelos autores, para que seja possível visualizar uma, dentre tantas, formas de criar modelos no GeoGebra.

ROTEIRO PARA A CONSTRUÇÃO DO EQUILÍBRIO DE FORÇAS UTILIZANDO O SOFTWARE GEOGEBRA

1) Crie uma reta de referência (chame-a de “teto”, conforme esquema):

Entrada: y = 4.

2) Clique na ferramenta “novo ponto”, selecione “ponto em objeto” e clique sobre a reta obtida uma vez, para criar o ponto “A” e uma segunda vez para criar o ponto “B”.

3) Em seguida clique fora da reta para criar o ponto “C” (abaixo da reta).

Observação: Na “Janela de Álgebra” o ponto A e B estão em azul mais claro e o ponto C em azul mais forte, isso significa que os pontos A e B estão vinculados à reta inicial enquanto o ponto C não possui vínculos.

4) Clique na ferramenta: “Reta perpendicular” e selecione “Reta perpendicular” e clique sobre o ponto C e sobre a reta y = 4.

5) Clique na ferramenta “polígono” e selecione “polígono” e, em seguida, clique sobre os pontos A, B, C e A novamente. Clique em mover e em todos os segmentos que definem o lado do triângulo, clique com o botão da direita sobre eles e selecione “Exibir rótulo”. Desse modo as letras criadas para representar os lados do polígono ficarão ocultas.

6) Para criar os vetores-força partindo do ponto C, faça:

a) Clique na ferramenta “novo ponto”, selecione “ponto em objeto” e clique sobre a reta perpendicular, abaixo do ponto C, para criar o ponto “D”.

b) Clique na ferramenta “Reta definida por dois pontos” e selecione a opção “Vetor Definido por Dois Pontos”. Em seguida, clique no ponto C e depois no ponto D. Para destacar o vetor, clique na ferramenta “Mover” e com o botão direito sobre o vetor u criado e selecione o objeto “vetor” e, em seguida, propriedades e na aba “estilo”, selecione a espessura da linha igual a 5.

Observação: Verifique se o vetor está selecionado no menu esquerdo, pois algumas vezes ao clicar com o botão direito em cima do vetor o GeoGebra acaba selecionando a reta perpendicular.

c) Para que a reta perpendicular fique oculta no desenho, clique com o botão direito do mouse sobre a reta e clique sobre “Exibir objeto” que o gráfico da reta perpendicular vai desaparecer.

d) Para ilustrar os vetores força ($\overrightarrow{f_{CA}}$ e $\overrightarrow{f_{CB}}$) e clique na ferramenta “Reta definida por dois pontos” e selecione a opção “Vetor Definido por Dois Pontos” e, em seguida, para criar o vetor $\overrightarrow{f_{CA}}$, clique no ponto C e depois no ponto A e repetindo o processo, para criar o vetor $\overrightarrow{f_{CB}}$, clique no ponto C e depois no ponto B.

Observação: o vetor “peso” está com o rótulo “u”, e os vetores-força estão com os rótulos “v” e “w”, para modificar esta nomenclatura, clique com o botão direito do mouse em cima de qualquer um desses vetores e selecione propriedades. Na aba “Básico” você poderá modificar o nome do vetor para “p” (peso), fca e fcb para os vetores-força selecionando-os no menu esquerdo dentro das propriedades, lembre-se de destacar estes vetores aumentando a espessura da linha na aba “Estilo”.

7) Para fazer a marcação dos ângulos entre os vetores e o “teto”, clique na ferramenta: “Ângulo” e em seguida na opção “ângulo”, clique em qualquer lugar em cima da reta entre os pontos A e B e depois clique no vetor fcb para criar o ângulo α (ângulo entre o vetor e a reta horizontal). Em seguida, clique no vetor fca e em qualquer ponto da reta horizontal entre os pontos A e B para criar o ângulo β (ângulo entre o vetor e a reta horizontal).

Observação: para reposicionar o rótulo dos ângulos, selecione a ferramenta “mover”, clique em “mover” e, em seguida, em cima de um dos ângulos e arraste para onde desejar (note que o GeoGebra não deixa o rótulo se afastar muito do ponto de origem).

8) Identificados os ângulos α e β, podemos inserir as equações referentes às forças $\overrightarrow{f_{CA}}$ e $\overrightarrow{f_{CB}}$ e calculadas em função do peso e dos ângulos α e β. Definindo o peso P (em newtons). Entrada: P = 50.

9) Para definir o valor da força $\overrightarrow{f_{CA}}$ faça:

entrada: FCA = P*cos(α)/(cos(α)*sin(β) + sin(α)*cos(β)).

Observação: utilize o ícone à direita da caixa de entrada para selecionar α e β.

10) Para definir o valor da força $\overrightarrow{f_{CB}}$ faça: entrada: FCB = P/(cos(α)*tan(β) + sin(α)).

11) Para verificar que a projeção dos vetores FCA (FCAX, FCAY) E FCB (FCBX E FCBY) no eixo x se anulam e que a soma da projeção dos dois vetores no eixo y se iguala ao peso p, faça:

Entrada: FCAx = FCA*cos(β) **

Entrada: FCAy = FCA*sen(β)

Entrada: FCBx = FCB*cos(α)

Entrada: FCBy = FCB*sen(α)

12) Para visualizar esses valores na janela da geometria selecione ferramenta “Inserir texto” e selecione a opção “Inserir texto” e clique em algum ponto da tela da geometria. Selecione a caixa da “Fórmula LaTex”. Na caixa “Editar” escreva o texto que vai aparecer, por exemplo: “FCA =” e em seguida, clique em objetos e vai aparecer uma lista de variáveis. Selecione o objeto “FCA” e clique em ok, que o valor da força FCA vai aparecer na janela da geometria. Assim, é possível verificar se: $\overrightarrow{f_{CAX}} - \overrightarrow{f_{CBX}} = 0$ e que $\overrightarrow{f_{CAY}} - \overrightarrow{f_{CBY}} - P = 0$. Faça:

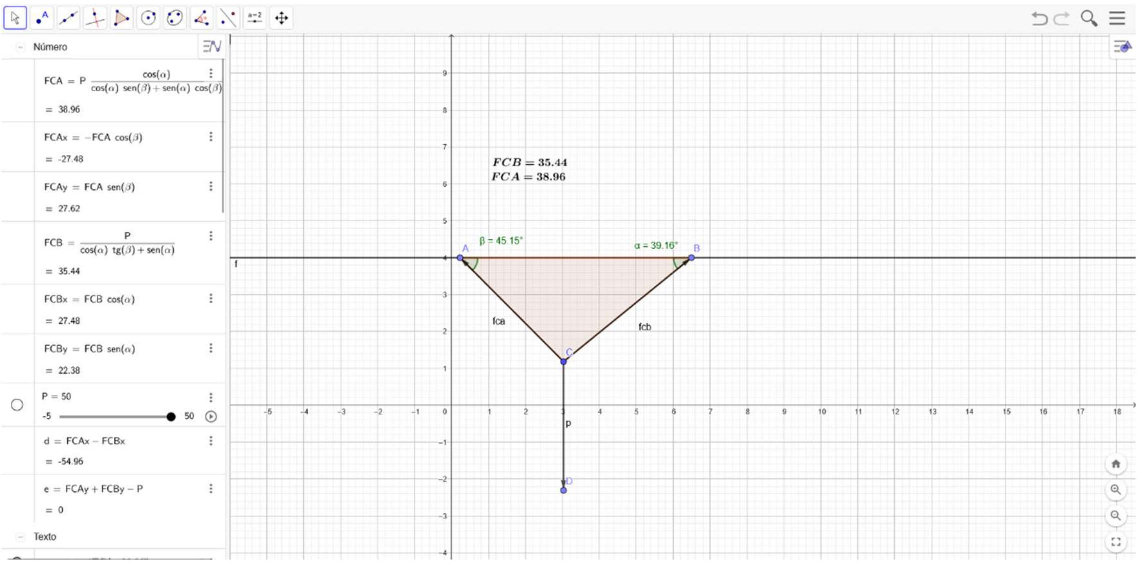
Entrada: FCAx – FCBx

Entrada: FCAy + FCBy - P”.

**Alteração feita pelo autor do presente trabalho

A Figura 11 abaixo mostra o resultado final da modelagem proposta pelos autores previamente citados. Nota-se que a modelagem proporciona uma manipulação dinâmica com resultados em tempo real para a visualização dos alunos a respeito do sistema. A atividade também pode ser acessada através do link https://www.geogebra.org/m/rxbdzm8y.

Figura 11 – Modelagem de Kripka et al (2017)



Fonte: O autor.

A modelagem proposta por Kripka *et al* (2017), mostrada na Figura 11, pode ser facilmente manipulada. Os pontos A, B e C podem ser movidos com o mouse, sendo transladados. Como os segmentos do triângulo ABC são dependentes dos pontos, o mesmo é deformado, alterando os ângulos α e β. Com isso, os valores mostrados como sendo os módulos de FCA e FCB se alteram, uma vez que dependem do produto entre um valor constante P e dos senos e cossenos dos ângulos formados entre os vetores $\overrightarrow{f_{CA}}$ e $\overrightarrow{f_{CB}}$ com a reta auxiliar que representa o teto, sendo estes α e β.

A verificação sobre a veracidade dos valores obtidos é proposta no último passo da construção. Para que seja mantido o equilíbrio, as entradas $FCAx - FCBx$ e $FCAy + FCBy - P$ devem somar zero, assim as equações que definem cada uma das forças FCA e FCB foram algebricamente construídas corretas. A Figura 12 mostra isso, partindo da configuração proposta pelos autores.

Figura 12 – Verificação de resultados da modelagem.

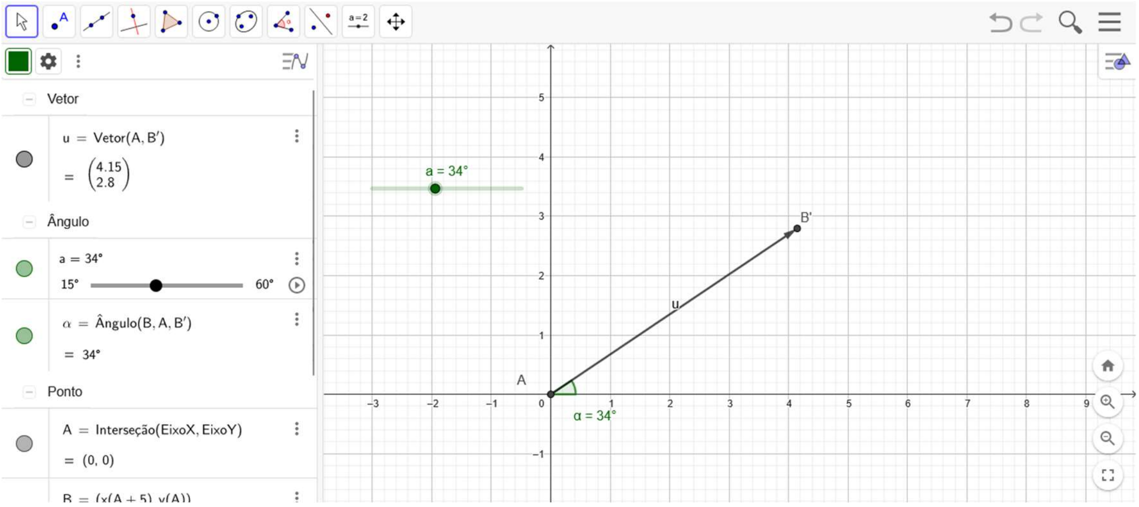
$$d = FCAx - FCBx$$
$$= 0$$

$$e = FCAy + FCBy - P$$
$$= 0$$

Fonte: O autor.

Tomando como modelo a proposta de Kripka *et al* (2017), é possível imaginar outras possibilidades de aplicação do software. De acordo com os autores, basta unir conceitos geométricos com conceitos algébricos para criar modelos no GeoGebra. Sendo assim, pode ser proposta uma modelagem genérica usando os conceitos apresentados e alguns outros oferecidos pelo software, para se começar a modelar sistemas diversos. Como exemplo, é possível criar *um vetor que gira no seu ponto de origem, formando um certo ângulo com a horizontal*. A descrição anterior pode ser acessada através do link https://www.geogebra.org/m/f8e76fae. A manipulação do sistema é feita pelo controle deslizante a que modifica o valor do ângulo faz um movimento. O resultado pode ser conferido na Figura 13.

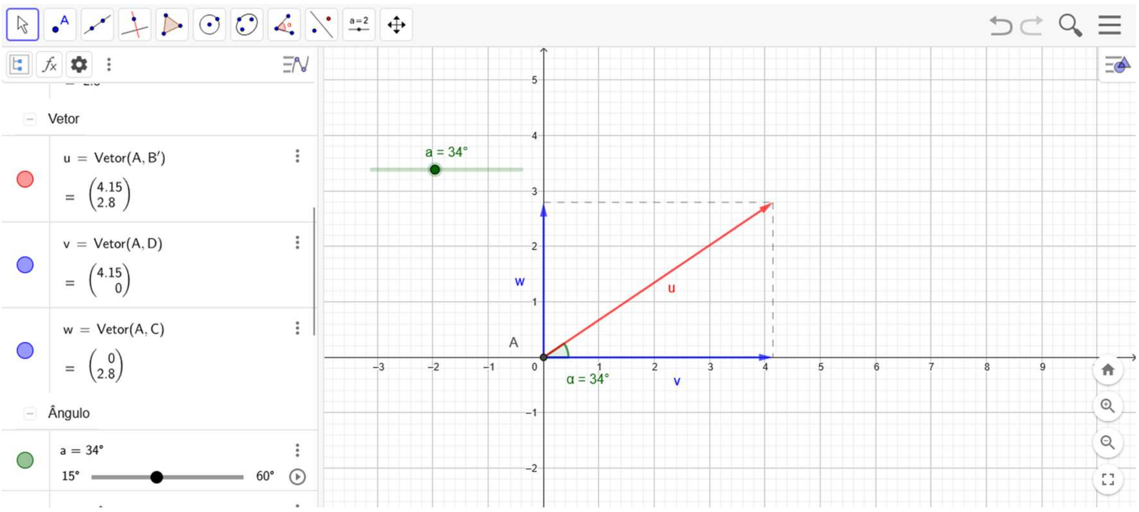
Figura 13 – Primeira modelagem



Fonte: https://www.geogebra.org/classic

Aumentando a complexidade da programação anterior, é possível modificar o mesmo sistema e criar *uma simulação que explica o conceito de decomposição de vetores*. A nova simulação demonstra visualmente o que acontece com as componentes quando se altera o ângulo. Observe a modificação da mesma através do link https://www.geogebra.org/m/tuzm3bt3. A manipulação continua sendo feita através do mesmo controle deslizante a . O resultado pode ser conferido na Figura 14.

Figura 14 - Segunda modelagem

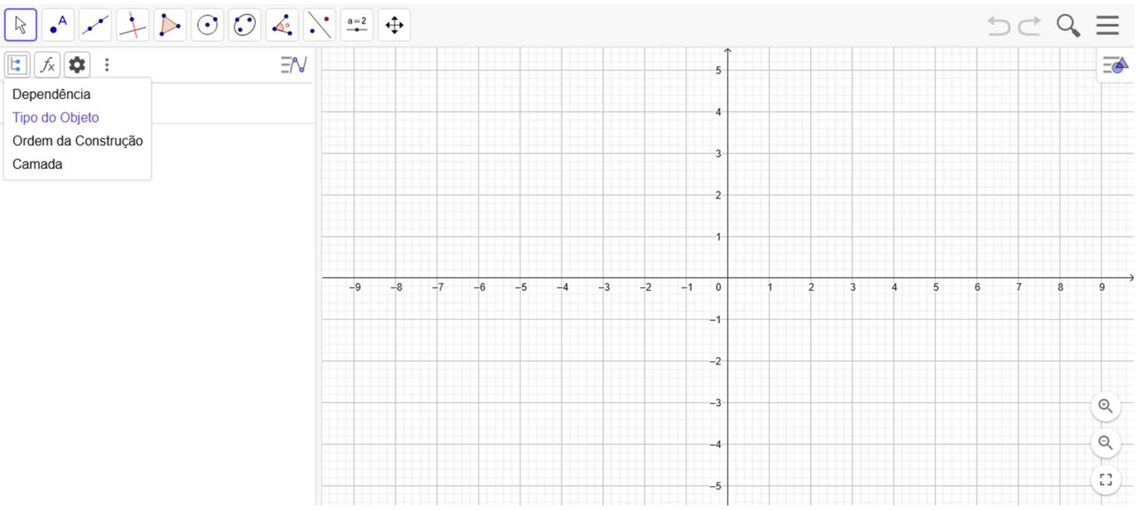


Fonte: https://www.geogebra.org/classic

Abaixo serão apresentados os passos tomados para a criação do modelo, passando pelo primeiro e chegando ao segundo, fazendo uma sequência de entradas. Todos os comandos usados são simples e de fácil compreensão, demandando apenas conceitos básicos de álgebra e geometria. Todas as ferramentas usadas na construção do sistema proposto podem ser aplicadas para criar simulações mais complexas e elaboradas.

Para iniciar, acesse o site https://www.geogebra.org/, faça login caso deseje, e clique na opção “GeoGebra Clássico”, conforme Figura 6. Ao chegar na área de programação, basta seguir os passos descritos a frente. Uma configuração inicial deve ser feita para facilitar a visualização da área algébrica. Conforme a Figura 15, configure a organização dos elementos dentro da área algébrica para serem separados por “Tipo de objeto”.

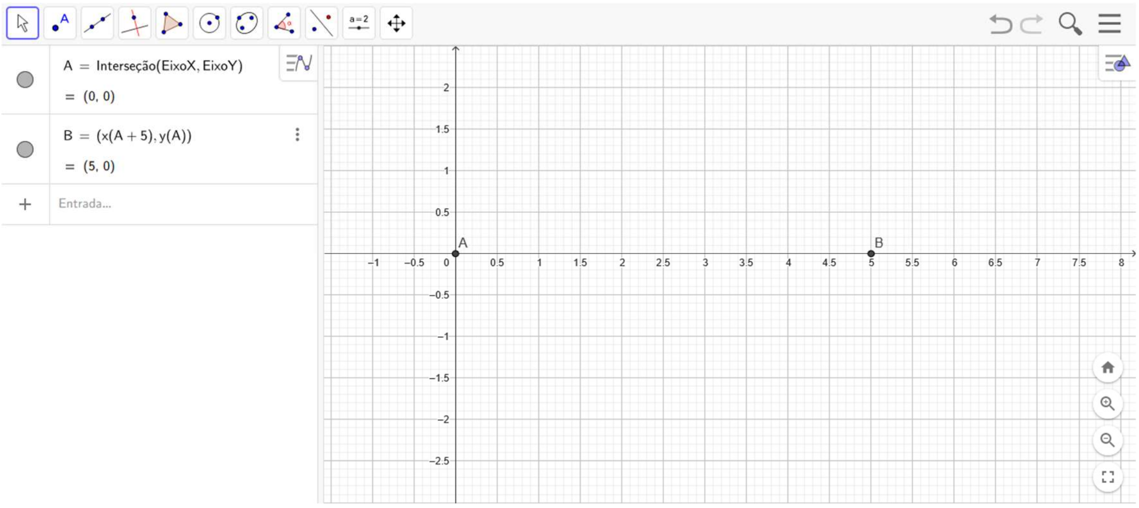
Figura 15 - Configuração da área algébrica



Fonte: O autor.

Para o primeiro passo da modelagem, utilize o comando “ponto” [Figura 8 a)] e clique na origem do plano cartesiano representado na área geométrica, a interseção entre os eixos X e Y. O ponto *A=Interseção(EixoX,EixoY) (0,0)* será criado, basta conferir a área algébrica. Após, dê início à criação do ponto auxiliar inserindo a expressão *B=(x(A+5),y(A))* no campo *Entrada...*, dentro da área algébrica. A criação do ponto B partiu do princípio de somar 5 unidades à coordenada X do ponto A e copiar a coordenada Y do mesmo, conforme Figura 16 abaixo. Este comando foi feito para deixá-lo vinculado ao ponto A.

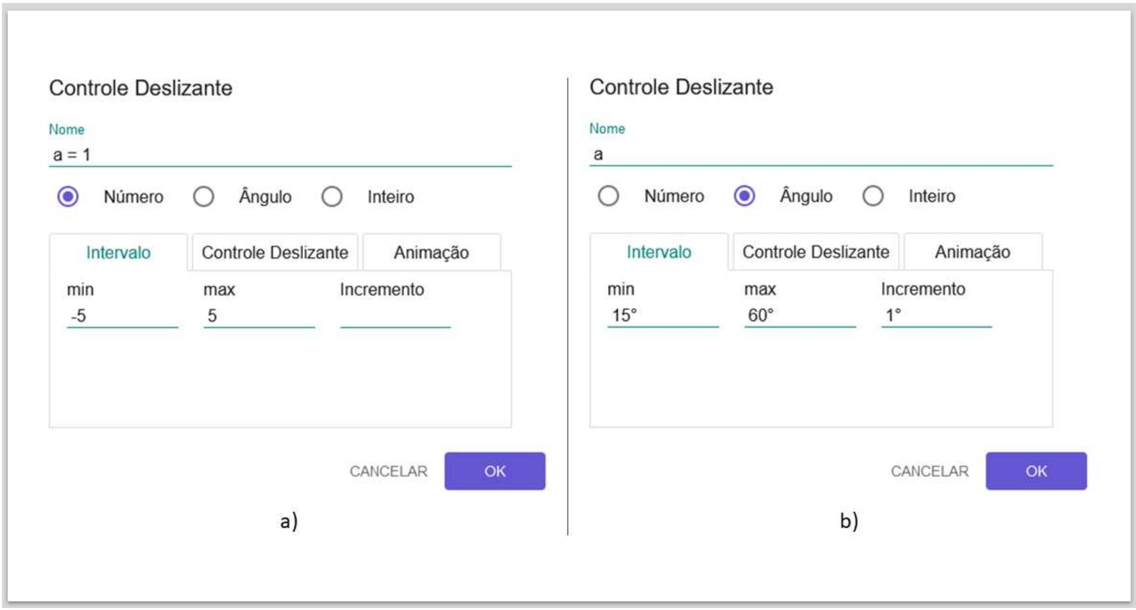
Figura 16 - Criação dos pontos iniciais



Fonte: O autor.

O próximo passo é criar o controle deslizante para deixá-lo controlando uma dimensão do sistema, tornando-o dinâmico. Para fazê-lo, basta clicar no comando "controle deslizante" [Figura 10 c)] e a tela de configurações do controle aparecerá. Para esta atividade é preciso selecionar a opção "ângulo", alterar o nome para "a" e estabelecer o intervalo de variação, mínimo 15° e máximo 60°, respectivamente. A Figura 17 a) e b) mostra a tela inicial de configurações e como deverá configuração, respectivamente.

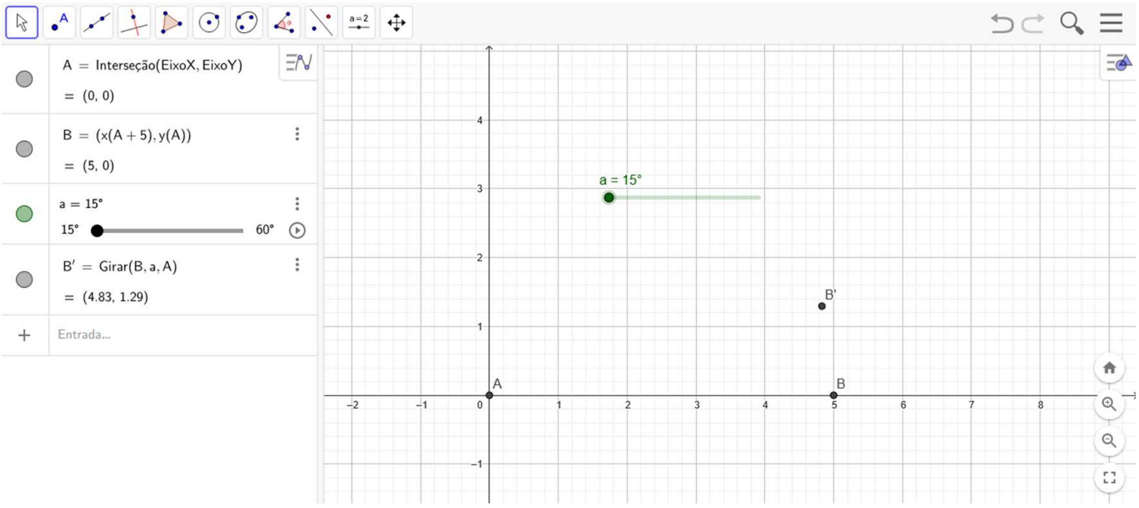
Figura 17 - Configuração do controle deslizante



Fonte: O autor.

O passo seguinte é a criação de um ponto que gira ao redor do ponto A segundo o ângulo do controle deslizante a. O comando utilizado criará um novo ponto que será vinculado a A e B. Basta dar a entrada do texto "*girar(B,a,A)*", no campo "*Entrada...*", onde B é o ponto de referência quanto a posição (objeto), a é a medida de movimentação (ângulo) e A é o ponto de referência quando a rotação (ponto). Um novo ponto B' aparecerá na área algébrica, o qual se movimenta na área gráfica conforme o comando deslizante a é alterado. Confira a Figura 18 abaixo, que mostra o controle deslizante e do ponto que rotaciona.

Figura 18 - Controle deslizante e ponto de rotação

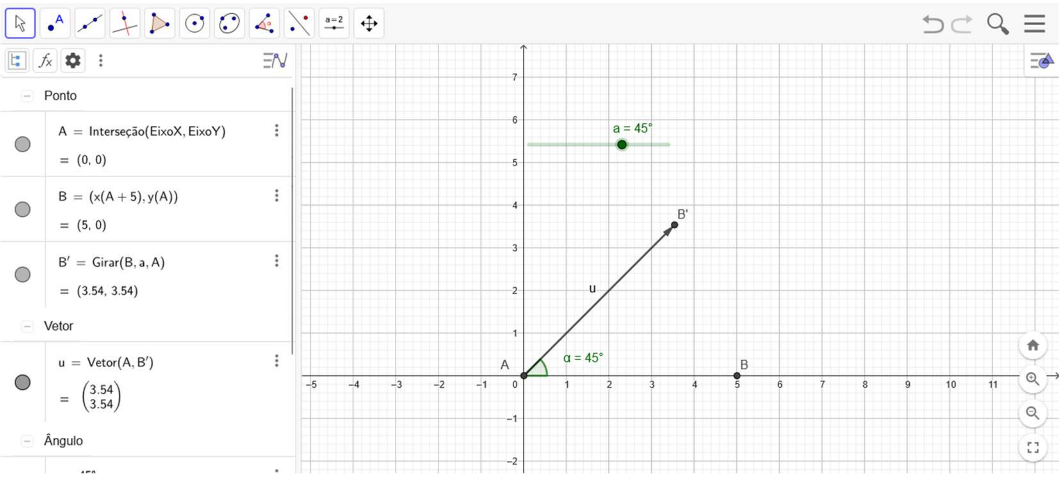


Fonte: O autor.

Agora a próxima etapa é criar e configurar o vetor. O comando "vetor" [Figura 8 b)] é usado para criar um vetor partindo de dois pontos. Para fazer basta clicar no comando e selecionar os pontos de origem (A) e extremidade (B), respectivamente. Aparecerá na área algébrica um vetor u, com suas coordenadas indicadas.

Dando continuidade, é hora de fazer a marcação do ângulo de inclinação do vetor em relação ao eixo X. Ao selecionar a ferramenta "ângulo" [Figura 10 a)], basta escolher três pontos para estabelecer a marcação da inclinação entre os mesmos. Comece clicando no ponto B, depois em A e, em seguida, em B', para que seja medido o ângulo de forma correta. A ferramenta segue o conceito da medida segundo os quadrantes da circunferência trigonométrica. O resultado final, após a criação do vetor e da medida do ângulo, deverá ser conforme a Figura 19.

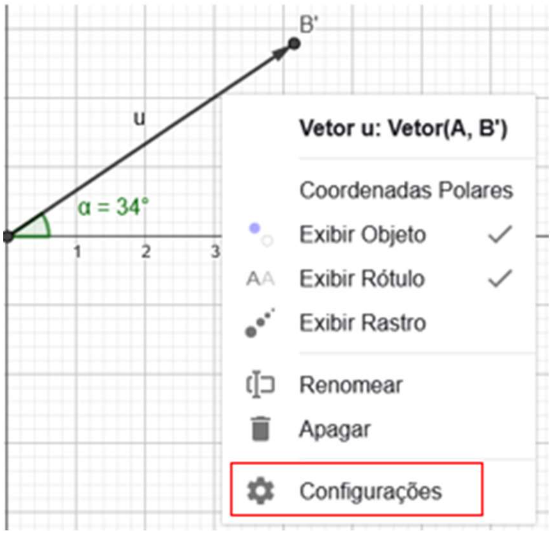
Figura 19 - Vetor e medida do ângulo



Fonte: O autor

Para finalizar, é proposto que faça uma alteração na cor do vetor e esconda os pontos B e B', pois estes não fazem parte da interação. Ao clicar com o botão direito do mouse em cima do vetor, uma janela é aberta onde deve ser selecionada a opção "configurações", conforme Figura 20.

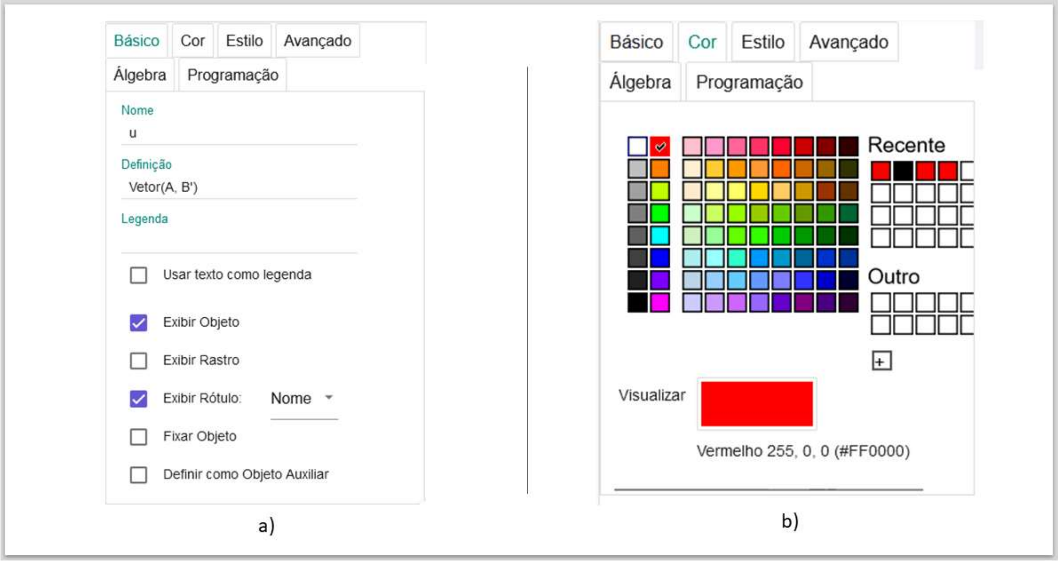
Figura 20 – Menu configurações



Fonte: O autor.

Quando acessar o menu, abrirá uma janela onde será possível fazer diversas alterações no vetor. A proposta é selecionar a aba "cor" e escolher uma cor que para destacar o elemento. A sugestão é a cor vermelha. A Figura 21 mostra o acesso inicial e como deve ficar, respectivamente.

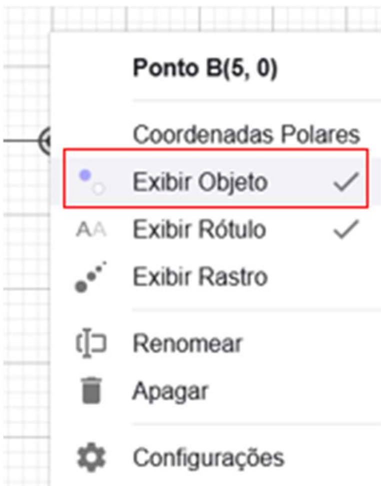
Figura 21 – Alteração de configurações



Fonte: O autor.

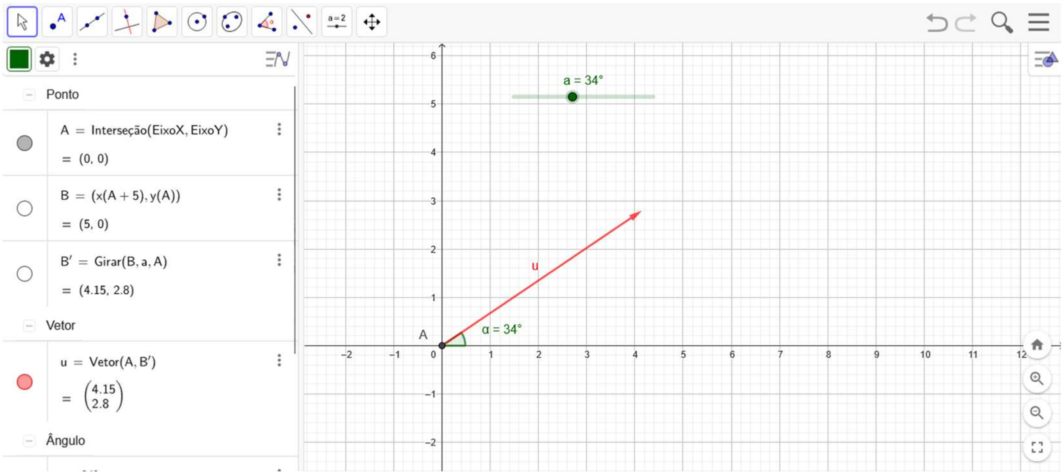
Para finalizar é preciso clicar sobre os pontos B e B', individualmente, com o botão direito e tirar a marcação “exibir objeto”, conforme Figura 22, o que fará os dois ficarem escondidos. A configuração da primeira parte da modelagem está finalizada. A Figura 23 representa a modelagem final.

Figura 22 – Escondendo objetos



Fonte: O autor.

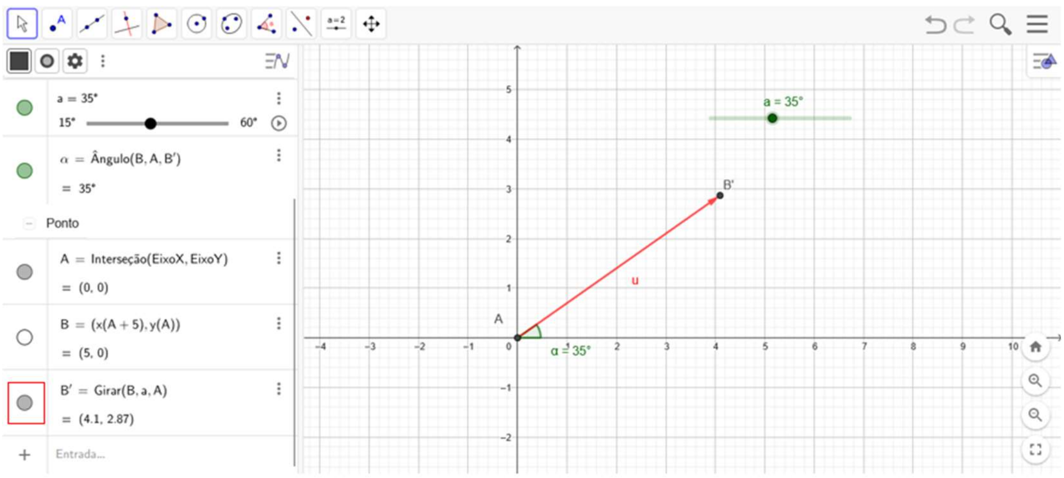
Figura 23 – Finalização da primeira modelagem.



Fonte: O autor.

Agora, para conseguir modificar esta criação para chegar no segundo exemplo, onde há a decomposição do vetor, é preciso introduzir elementos auxiliares para que seja possível modelar. O primeiro passo é reativar o ponto B', pois será um objeto importante para a criação. Dentro da área algébrica, há um círculo ao lado esquerdo da descrição do ponto B', ao selecioná-lo o ponto reaparecerá. É válido ressaltar que o mesmo processo pode ser feito para escondê-lo. A Figura 24 indica onde fica o botão para o comando.

Figura 24 – Exibindo novamente o objeto.

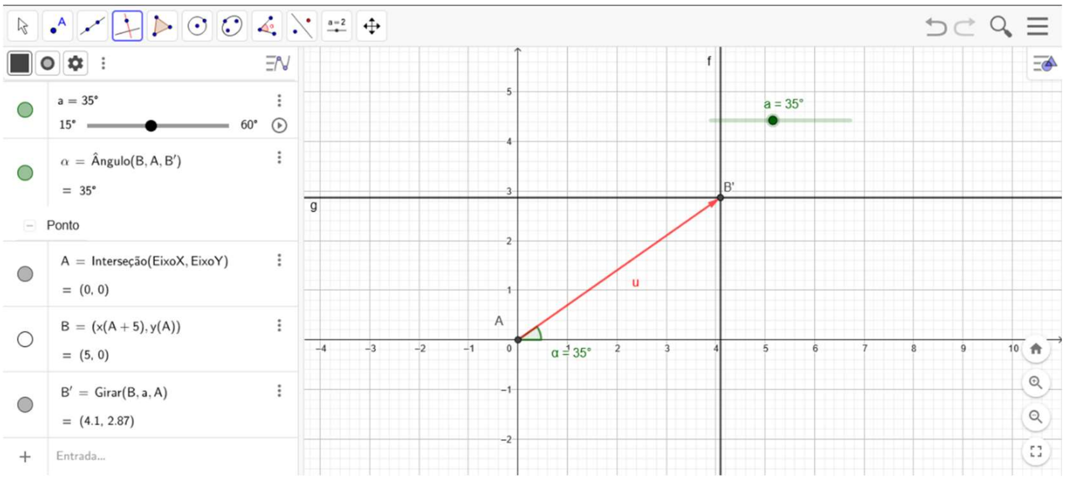


Fonte: O autor.

Seguindo a construção, é necessário criar duas retas perpendiculares aos eixos, partindo do ponto B'. Selecione a ferramenta “reta perpendicular” [Figura 8 c)], clique sobre o ponto B'

e depois clique sobre o objeto, no caso o eixo, o qual deseja criar a reta perpendicular. O comando deve ser feito uma para cada reta criada. A Figura 25 mostra o resultado.

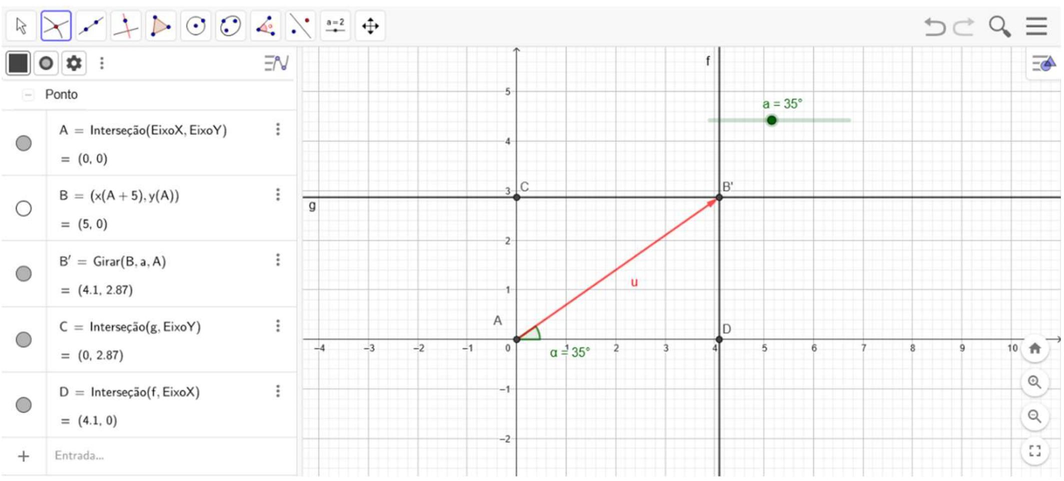
Figura 25 – Construção de retas perpendiculares



Fonte: O autor.

Agora é preciso criar os pontos de interseção entre as retas perpendiculares e os eixos para auxiliarem com a criação das componentes. Para isso, selecione a ferramenta "interseção de dois objetos" [Figura 8 a)] e, como anteriormente, clique sobre os objetos os quais deseja o ponto de interseção. Basta selecionar uma reta e o eixo que esta cruza, uma vez para cada uma. O resultado deve ser conforme a Figura 26.

Figura 26 – Pontos de interseção.

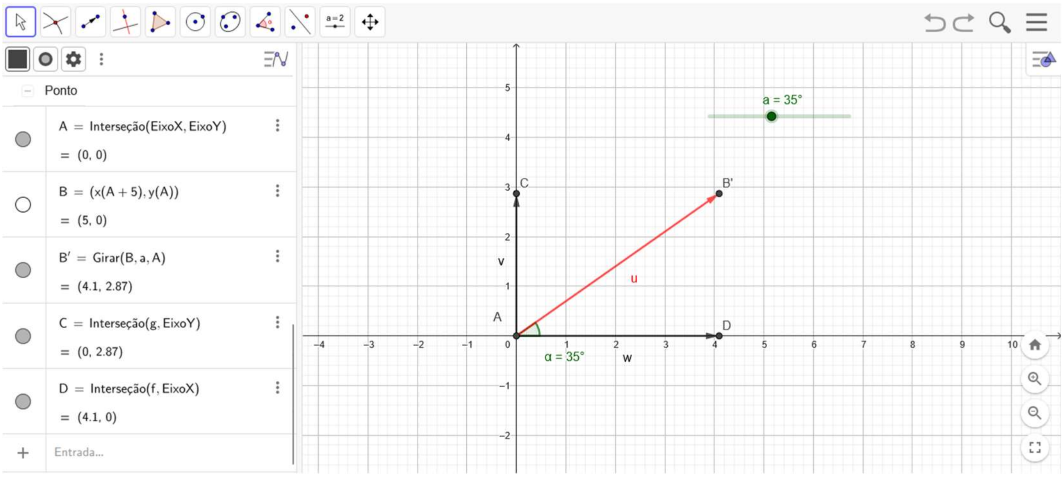


Fonte: O autor.

Como as perpendiculares criadas são auxiliares, é importante escondê-las, fazendo o mesmo procedimento usado para esconder os pontos B e B', conforme Figura 22.

Usando a ferramenta “vetor” novamente, é hora de criar as componentes usando os pontos $\overline{AC}$ e $\overline{AD}$. Serão criados os vetores v e w. O resultado das ações descritas neste parágrafo deve ser conforme Figura 27.

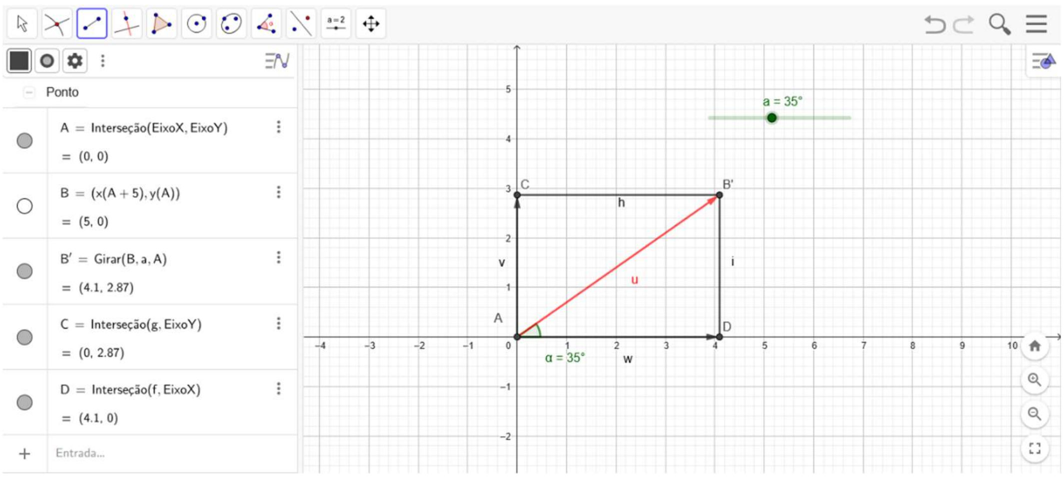
Figura 27 – Vetores componentes.



Fonte: O autor.

A próxima etapa é criar segmentos de retas que ligas os pontos $\overline{CB'}$ e $\overline{DB'}$, para tornar a modelagem mais amigável visualmente. Para isso, selecione a ferramenta “segmento” [Figura 8 b)] e una os pontos indicados. Neste caso não há diferença quanto a ordem de seleção. Após feito, os segmentos de reta h e i serão criados. A Figura 28 indica como deve ficar.

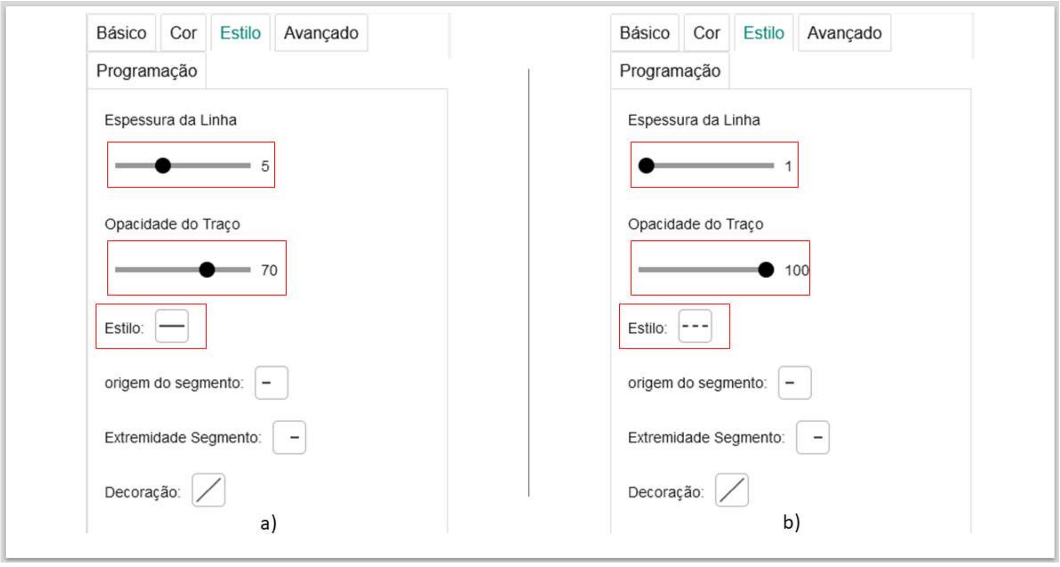
Figura 28 – Criação dos segmentos de reta.



Fonte: O autor.

Para finalizar, é necessário configurar os segmentos h e i para torná-los pontilhados e mais finos. Clicando com o botão direito sobre cada uma das retas e abrindo o menu configurações, conforme Figura 18, basta acessar a aba "Estilo" e alterar os dados padrão, conforme a Figura 29 a), para os da Figura 29 b).

Figura 29 – Configuração dos segmentos de reta.

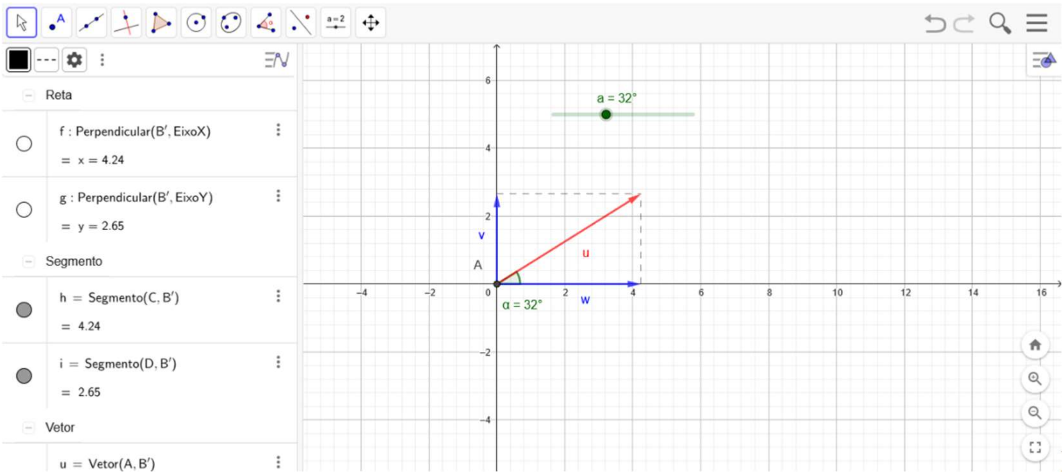


Fonte: O autor.

Após alterar ambos os segmentos, é hora de alterar as cores dos vetores componentes, sugestão da cor azul. Para fazê-lo, basta fazer o mesmo procedimento da Figura 21, selecionando apenas uma cor diferente. A próxima etapa é esconder os pontos B', C e D, fazendo o mesmo processo conforme Figura 22.

O último passo é esconder os rótulos dos segmentos h e i. Seguindo a orientação da Figura 22, tire a marcação da opção "exibir rastro", mas mantenha a marcação "exibir objeto". Com isso feito, apenas os nomes dos segmentos serão escondidos e os mesmos continuarão aparecendo. O resultado deve ser conforme a Figura 30 abaixo.

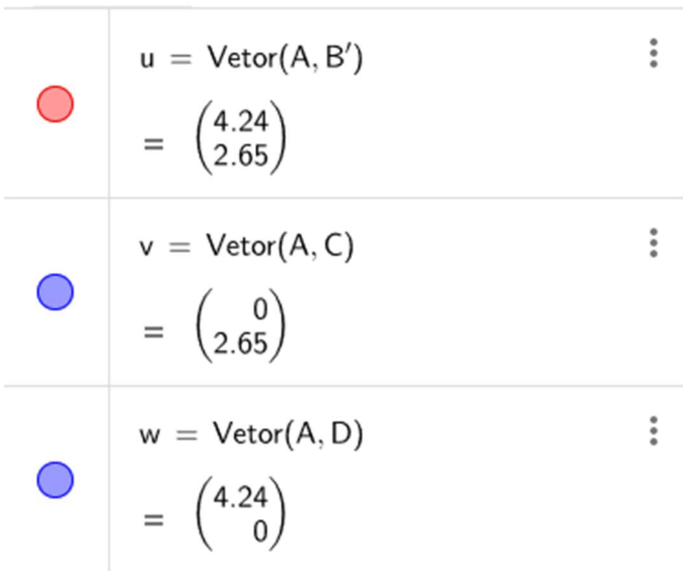
Figura 30 – Modelagem finalizada.



Fonte: O autor.

Um dado importante a ser notado é que, ao checar as informações na área algébrica o vetor u possui suas coordenadas de componentes nos eixos X e Y. Observando os vetores v e w é possível perceber que estes possuem os mesmos valores de coordenadas, cada um condizente com sua posição, o que confirma que são realmente as componentes válidas do vetor u. Confira a Figura 31.

Figura 31 – Valor das componentes de u .



Fonte: O autor.

Os passos descritos anteriormente levaram a exemplificar a construção de um sistema dinâmico modelado geometricamente dentro do GeoGebra, que pode ser usando para ensinar tópicos de Física. Seguindo os princípios apresentados, é possível criar diversas modelagens para trabalhar diferentes conteúdos de forma interativa. As programações podem ser usadas para apresentação para um grupo em geral ou para operação individual de cada aluno, dependendo do foco da atividade e dos recursos tecnológicos disponíveis para o professor.

Fazendo uso das funcionalidades anteriormente descritas, é possível criar sistemas dinâmicos para uso dentro de uma sala de aula. Como a proposta de ensino para o tópico abordado no trabalho usa programações pré-estabelecidas, os alunos serão apenas manipuladores do sistema. Partindo dos conceitos apresentados por Kripka *et al* (2017) e unindo-os com outras ferramentas, abaixo está apresentado o passo a passo para a criação dos modelos que serão usados no presente produto educacional.

Os passos tomados nesta etapa serão descritos de forma direta, porém intuitiva, sendo possível acompanhar o raciocínio de desenvolvimento com facilidade. Abaixo está a modelagem que representa um sistema de alavanca inter-resistente.

1) Primeiramente, clique na ferramenta "Ponto" e clique na origem, interseção entre os eixos X e Y. O ponto "A=Interseção(EixoX,EixoY) = (0,0)" deve ser criado.

Observação: O ponto deve estar representado na cor cinza na área geométrica para que esteja vinculado à origem.

2) Digite na barra de entrada o comando: B=(x(A+10),y(A)). O ponto "B(10,0)" será criado.
3) O próximo passo é criar o controle deslizante. Selecione a ferramenta "Controle deslizante", clique em qualquer lugar da área geométrica e coloque as configurações de intervalo:

Min: 2

Max: 10

Incremento: 0.5

4) Agora é a criação do ponto C. dê a entrada: C=(x(A+a),y(A)). O ponto C será criado.

Observação: O ponto C terá sua coordenada X variando conforme o controle deslizante "a" é operado.

5) Agora, com a ferramenta "Segmento" deve-se crias os segmentos$\overline{AC}$ e $\overline{AB}$. Na área algébrica aparecerão os segmentos "f " e "g ", respectivamente.

Observação: É importante seguir a ordem de criação dos segmentos.

6) Agora deve-se estabelecer dois parâmetros de medidas que serão usados nos passos seguintes. Dê a entrada: r1=1, criando o parâmetro “r1”. Após, dê a entrada: r2=r1*g/f, criando o parâmetro r2.

Observação: É importante que os parâmetros tenham essas nomenclaturas para vinculá-los posteriormente.

7) Agora é preciso criar uma circunferência sobre o ponto “B”. Selecione a ferramenta “Círculo: Centro & Raio” e clique sobre o ponto “B”, inserindo na opção de raio o parâmetro “r1”. A circunferência “c” será criada.
8) Usando a mesma ferramenta do passo anterior, clique sobre o ponto “C”, inserindo na opção de raio o parâmetro “r2”. A circunferência “d” será criada.

Observação: Os passos 7 e 8 criaram duas circunferências onde o raio de uma é dependente do raio da outra e do controle deslizante “a”. Ao operar o controle, uma delas se movimenta e altera seu raio proporcionalmente.

9) Com a ferramenta “Reta Perpendicular”, crie retas auxiliares. Clique sobre o ponto “B” e, em seguida, o eixo X. A reta “h” será criada. Faça o mesmo clicando sobre o ponto “C” e o eixo X, a reta “i” será criada.
10) Com a ferramenta “Interseção de Dois Objetos”, crie pontos auxiliares. Com a ferramenta selecionada clique sobre a circunferência “c” e a reta “h”, criando os pontos “D” e “E”. Com a mesma ferramenta, clique sobre a circunferência “d” e a reta “i”, criando os pontos “F” e “G”.
11) Para fazer a representação das forças através de vetores, selecione a ferramenta “Vetor” e clique sobre os pontos “D” e depois o “B”. O vetor “u” será criado. Em seguida clique sobre os pontos “G” e “C”. O vetor “v” será criado.

Observação: É importante seguir a ordem dos pontos para a criação dos vetores para que os mesmos tenham a direção correta para modelagem.

12) A modelagem está quase finalizada, basta apenas configurar os elementos. Para isso é preciso ocultar todos os elementos auxiliares, deixando apenas: os pontos “A”, “B” e “C”; os segmentos de reta “f” e “g”; os vetores “u” e “v”.
13) Para configurar os elementos, alterar cores e rótulos, é preciso clicar sobre um qualquer com o botão direito do mouse e selecionar a opção “Configurações”. Uma vez aberta a aba de configurações, ao clicar em qualquer elemento com o botão esquerdo do mouse, automaticamente abrirá a configuração do mesmo.

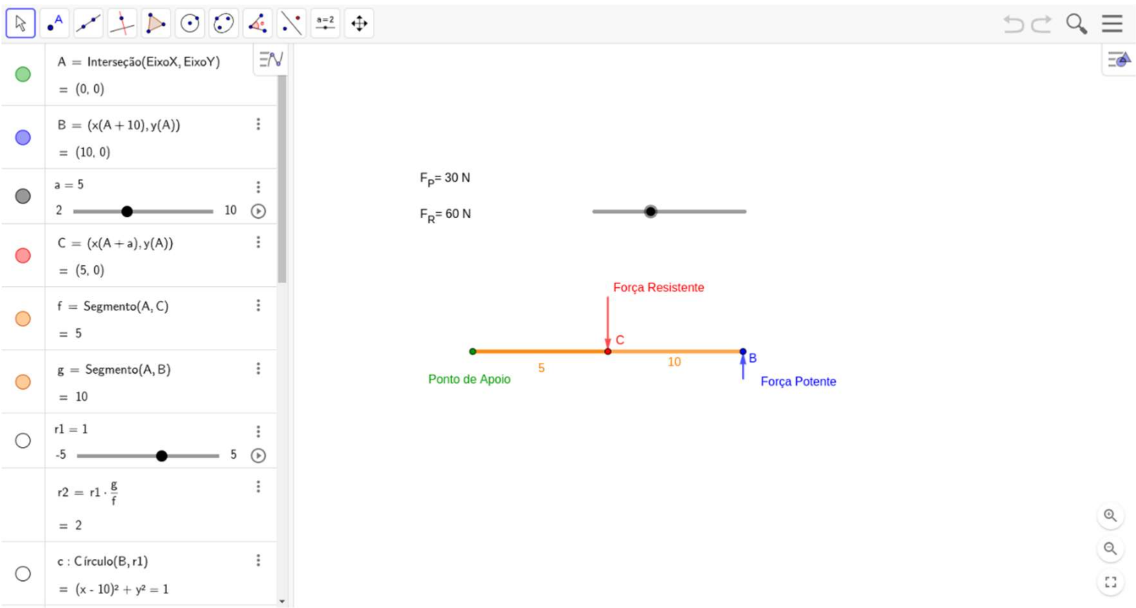
14) Clique sobre o segmento “f” e abra suas configurações. Na aba “Estilo” altere a espessura da linha para 10. Na aba “Cor” altere sua cor para uma qualquer, laranja é uma sugestão. Na aba “Básico” vá na caixa de seleção ao lado da opção “Exibir Rótulo” e escolha na lista a opção “Valor”, fazendo com que apareça o valor referente ao comprimento do segmento.
15) Clique sobre o segmento “g” e, no menu configurações, escolha a aba “Estilo” e altere a espessura da linha também para 10. Na aba “Cor” altere sua cor para a mesma do segmento “f”. Faça o mesmo comando, como no passo anterior, para também selecionar a exibição do valor do comprimento do segmento “g”.
16) Clique sobre o ponto “A” e na aba “Básico” escreva na legenda “Ponto de Apoio”. Na aba “Cor” altere a cor do mesmo, verde é uma sugestão.
17) Clique sobre o ponto “C” e na aba “Cor” selecione a cor vermelho.
18) Clique sobre o ponto “B” e na aba “Cor” selecione a cor azul.
19) Ao clicar sobre o vetor “v” selecione a aba “Básico” e escreva na legenda “Força Resistente”. Na aba Cor, selecione a cor vermelha.
20) Ao clicar sobre o vetor “u” selecione a aba “Básico” e escreva na legenda “Força Potente”. Na aba Cor, selecione a cor azul.
21) Clique sobre o comando deslizante “a” e na aba “Básico” tire a marcação “Exibir Rótulo”. Assim ficará visível apenas o botão de controle.
22) Clique uma vez com o botão esquerdo na área algébrica, fora de qualquer elemento, depois clique com o botão direito. Ao aparecer a lista de opções, desmarque a opção “Exibir Eixos” e, clicando novamente com o botão direito, selecione a opção “Exibir Malha” escolha “Sem Malha”.
23) Para exibir os valores que representariam os vetores, para uma visualização numérica e geométrica de sua modificação, crie dois parâmetros dando a entrada: fp=r1*30 fr=r2*30.
24) Para exibir o texto referente à Força Potente selecione a ferramenta “ABC Texto” e clique sobre a área geométrica. Ao abrir a caixa para configuração do texto, clique na opção “Avançado” para abrir um menu de exibição do texto que aparecerá na tela. Na caixa superior, clique e escreva F_P=, selecione a opção da lista abaixo que tem o símbolo do aplicativo GeoGebra e aparecerá todos os elementos criados, selecione “fp”, dê um espaço e escreva a letra “N”, para representar a unidade “Newton”. Ao final deverá aparecer a expressão F_P= fp N.

25) Para o texto da Força Resistente deve ser tomado o mesmo passo anterior, selecionando o parâmetro “fr”. Selecione a ferramenta “ABC Texto” e clique sobre a área geométrica. Ao abrir a caixa para configuração do texto, clique na opção “Avançado para abrir um menu de exibição do texto que aparecerá na tela. Na caixa superior, clique e escreva F_R=, selecione a opção da lista abaixo que tem o símbolo do aplicativo GeoGebra e aparecerá todos os elementos criados, selecione “fr”, dê um espaço e escreva a letra “N”, para representar a unidade “Newton”. Ao final deverá aparecer a expressão F_R= fr N.

26) Para finalizar basta reposicionar os rótulos dos elementos para criar uma visualização mais limpa e clara.

O resultado final da modelagem deverá ser conforme a Figura 32 abaixo.

Figura 32 – Alavanca inter-resistente.



Fonte: O autor.

A próxima será a modelagem de um sistema interpotente. Assim como anteriormente, será uma série de passos que levarão à construção do mesmo, conforme será apresentado no produto.

1) Primeiramente, clique na ferramenta “Ponto” e clique na origem, interseção entre os eixos X e Y. O ponto “A=Interseção(EixoX,EixoY) = (0,0)” deve ser criado.

Observação: O ponto deve estar representado na cor cinza na área geométrica para que esteja vinculado à origem.

2) Digite na barra de entrada o comando: B=(x(A+10),y(A)). O ponto "B(10,0)" será criado.
3) O próximo passo é criar o controle deslizante. Selecione a ferramenta "Controle deslizante", clique em qualquer lugar da área geométrica e coloque as configurações de intervalo:

Min: 3

Max: 10

Incremento: 0.5

4) Agora é a criação do ponto C. dê a entrada: C=(x(A+a),y(A)). O ponto C será criado.

Observação: O ponto C terá sua coordenada X variando conforme o controle deslizante "a" é operado.

5) Agora, com a ferramenta "Segmento" deve-se crias os segmentos $\overline{AC}$ e $\overline{AB}$. Na área algébrica aparecerão os segmentos "f " e "g ", respectivamente.

Observação: É importante seguir a ordem de criação dos segmentos.

6) Agora deve-se estabelecer dois parâmetros de medidas que serão usados nos passos seguintes. Dê a entrada: r1=2, criando o parâmetro "r1". Após, dê a entrada: r2=r1*f/g, criando o parâmetro r2.

Observação: É importante que os parâmetros tenham essas nomenclaturas para vinculá-los posteriormente.

7) Agora é preciso criar uma circunferência sobre o ponto "C". Selecione a ferramenta "Círculo: Centro & Raio" e clique sobre o ponto "C", inserindo na opção de raio o parâmetro "r1". A circunferência "c" será criada.
8) Usando a mesma ferramenta do passo anterior, clique sobre o ponto "B", inserindo na opção de raio o parâmetro "r2". A circunferência "d" será criada.

Observação: Os passos 7 e 8 criaram duas circunferências onde o raio de uma é dependente do raio da outra e do controle deslizante "a". Ao operar o controle, uma delas se movimenta e altera seu raio proporcionalmente.

9) Com a ferramenta "Reta Perpendicular", crie retas auxiliares. Clique sobre o ponto "C" e, em seguida, o eixo X. A reta "h" será criada. Faça o mesmo clicando sobre o ponto "B" e o eixo X, a reta "i" será criada.
10) Com a ferramenta "Interseção de Dois Objetos", crie pontos auxiliares. Com a ferramenta selecionada clique sobre a circunferência "c" e a reta "h", criando os pontos

"D" e "E". Com a mesma ferramenta, clique sobre a circunferência "d" e a reta "i", criando os pontos "F" e "G".

11) Para fazer a representação das forças através de vetores, selecione a ferramenta "Vetor" e clique sobre os pontos "D" e depois o "C". O vetor "u" será criado. Em seguida clique sobre os pontos "G" e "B". O vetor "v" será criado.

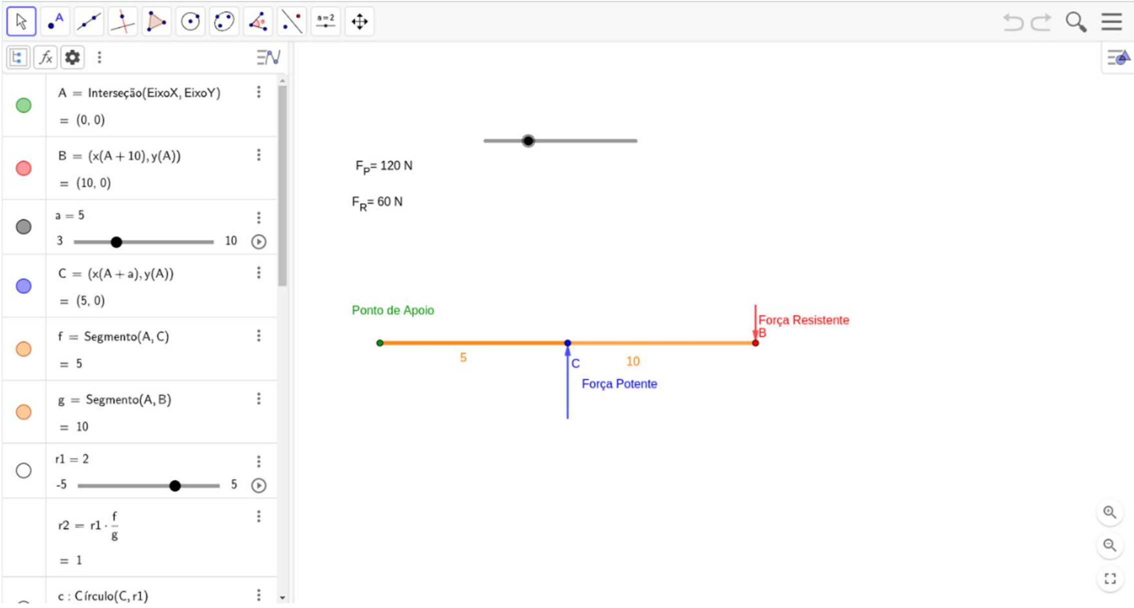
Observação: É importante seguir a ordem dos pontos para a criação dos vetores para que os mesmos tenham a direção correta para modelagem.

12) A modelagem está quase finalizada, basta apenas configurar os elementos. Para isso é preciso ocultar todos os elementos auxiliares, deixando apenas: os pontos "A", "B" e "C"; os segmentos de reta "f" e "g"; os vetores "u" e "v".
13) Para configurar os elementos, alterar cores e rótulos, é preciso clicar sobre um qualquer com o botão direito do mouse e selecionar a opção "Configurações". Uma vez aberta a aba de configurações, ao clicar em qualquer elemento com o botão esquerdo do mouse, automaticamente abrirá a configuração do mesmo.
14) Clique sobre o segmento "f" e abra suas configurações. Na aba "Estilo" altere a espessura da linha para 10. Na aba "Cor" altere sua cor para uma qualquer, laranja é uma sugestão. Na aba "Básico" vá na caixa de seleção ao lado da opção "Exibir Rótulo" e escolha na lista a opção "Valor", fazendo com que apareça o valor referente ao comprimento do segmento.
15) Clique sobre o segmento "g" e, no menu configurações, escolha a aba "Estilo" e altere a espessura da linha também para 10. Na aba "Cor" altere sua cor para a mesma do segmento "f". Faça o mesmo comando, como no passo anterior, para também selecionar a exibição do valor do comprimento do segmento "g".
16) Clique sobre o ponto "A" e na aba "Básico" escreva na legenda "Ponto de Apoio". Na aba "Cor" altere a cor do mesmo, verde é uma sugestão.
17) Clique sobre o ponto "C" e na aba "Cor" selecione a cor azul.
18) Clique sobre o ponto "B" e na aba "Cor" selecione a cor vermelho.
19) Ao clicar sobre o vetor "v" selecione a aba "Básico" e escreva na legenda "Força Resistente". Na aba Cor, selecione a cor vermelha.
20) Ao clicar sobre o vetor "u" selecione a aba "Básico" e escreva na legenda "Força Potente". Na aba Cor, selecione a cor azul.
21) Clique sobre o comando deslizante "a" e na aba "Básico" tire a marcação "Exibir Rótulo". Assim ficará visível apenas o botão de controle.

22) Clique uma vez com o botão esquerdo na área algébrica, fora de qualquer elemento, depois clique com o botão direito. Ao aparecer a lista de opções, desmarque a opção “Exibir Eixos” e, clicando novamente com o botão direito, selecione a opção “Exibir Malha” escolha “Sem Malha”.
23) Para exibir os valores que representariam os vetores, para uma visualização numérica e geométrica de sua modificação, crie dois parâmetros dando a entrada: fp=r1*60 fr=r2*60.
24) Para exibir o texto referente à Força Potente selecione a ferramenta “ABC Texto” e clique sobre a área geométrica. Ao abrir a caixa para configuração do texto, clique na opção “Avançado” para abrir um menu de exibição do texto que aparecerá na tela. Na caixa superior, clique e escreva F_P=, selecione a opção da lista abaixo que tem o símbolo do aplicativo GeoGebra e aparecerá todos os elementos criados, selecione “fp”, dê um espaço e escreva a letra “N”, para representar a unidade “Newton”. Ao final deverá aparecer a expressão F_P= fp N.
25) Para o texto da Força Resistente deve ser tomado o mesmo passo anterior, selecionando o parâmetro “fr”. Selecione a ferramenta “ABC Texto” e clique sobre a área geométrica. Ao abrir a caixa para configuração do texto, clique na opção “Avançado para abrir um menu de exibição do texto que aparecerá na tela. Na caixa superior, clique e escreva F_R=, selecione a opção da lista abaixo que tem o símbolo do aplicativo GeoGebra e aparecerá todos os elementos criados, selecione “fr”, dê um espaço e escreva a letra “N”, para representar a unidade “Newton”. Ao final deverá aparecer a expressão F_R= fr N.
26) Para finalizar basta reposicionar os rótulos dos elementos para criar uma visualização mais limpa e clara.

O resultado final da modelagem deverá ser conforme a Figura 33 abaixo.

Figura 3332 – Alavanca interpotente.



Fonte: O autor.

Por último será a modelagem de um sistema interfixo. Assim como nas duas modelagens anteriores, uma série de passos será apresentada, o que levará à construção do mesmo, conforme será apresentado no produto. Confira abaixo

1) Primeiramente, clique na ferramenta “Ponto” e clique na origem, interseção entre os eixos X e Y. O ponto “A=Interseção(EixoX,EixoY) = (0,0)” deve ser criado.

Observação: O ponto deve estar representado na cor cinza na área geométrica para que esteja vinculado à origem.

2) Digite na barra de entrada o comando: B=(x(A+12),y(A)). O ponto “B(12,0)” será criado.
3) O próximo passo é criar o controle deslizante. Selecione a ferramenta “Controle deslizante”, clique em qualquer lugar da área geométrica e coloque as configurações de intervalo:

Min: 2

Max: 12

Incremento: 0.5

4) Agora é a criação do ponto C. dê a entrada: C=(x(A+a),y(A)). O ponto C será criado.

Observação: O ponto C terá sua coordenada X variando conforme o controle deslizante “a” é operado.

5) Agora, com a ferramenta “Segmento” deve-se crias os segmentos $\overline{AC}$ e $\overline{CB}$. Na área algébrica aparecerão os segmentos “f ” e “g ”, respectivamente.

Observação: É importante seguir a ordem de criação dos segmentos.

6) Agora deve-se estabelecer dois parâmetros de medidas que serão usados nos passos seguintes. Dê a entrada: r1=2, criando o parâmetro “r1”. Após, dê a entrada: r2=r1*g/f, criando o parâmetro r2.

Observação: É importante que os parâmetros tenham essas nomenclaturas para vinculá-los posteriormente.

7) Agora é preciso criar uma circunferência sobre o ponto “B”. Selecione a ferramenta “Círculo: Centro & Raio” e clique sobre o ponto “B”, inserindo na opção de raio o parâmetro “r1”. A circunferência “c” será criada.
8) Usando a mesma ferramenta do passo anterior, clique sobre o ponto “A”, inserindo na opção de raio o parâmetro “r2”. A circunferência “d” será criada.

Observação: Os passos 7 e 8 criaram duas circunferências onde o raio de uma é dependente do raio da outra e do controle deslizante “a”. Ao operar o controle, uma delas se movimenta e altera seu raio proporcionalmente.

9) Com a ferramenta “Reta Perpendicular”, crie retas auxiliares. Clique sobre o ponto “B” e, em seguida, o eixo X. A reta “h” será criada. Faça o mesmo clicando sobre o ponto “A” e o eixo X, a reta “i” será criada.
10) Com a ferramenta “Interseção de Dois Objetos”, crie pontos auxiliares. Com a ferramenta selecionada clique sobre a circunferência “c” e a reta “h”, criando os pontos “D” e “E”. Com a mesma ferramenta, clique sobre a circunferência “d” e a reta “i”, criando os pontos “F” e “G”.
11) Para fazer a representação das forças através de vetores, selecione a ferramenta “Vetor” e clique sobre os pontos “E” e depois o “B”. O vetor “u” será criado. Em seguida clique sobre os pontos “G” e “A”. O vetor “v” será criado.

Observação: É importante seguir a ordem dos pontos para a criação dos vetores para que os mesmos tenham a direção correta para modelagem.

12) A modelagem está quase finalizada, basta apenas configurar os elementos. Para isso é preciso ocultar todos os elementos auxiliares, deixando apenas: os pontos “A”, “B” e “C”; os segmentos de reta “f” e “g”; os vetores “u” e “v”.
13) Para configurar os elementos, alterar cores e rótulos, é preciso clicar sobre um qualquer com o botão direito do mouse e selecionar a opção “Configurações”. Uma vez aberta a

aba de configurações, ao clicar em qualquer elemento com o botão esquerdo do mouse, automaticamente abrirá a configuração do mesmo.

14) Clique sobre o segmento “f” e abra suas configurações. Na aba “Estilo” altere a espessura da linha para 10. Na aba “Cor” altere sua cor para uma qualquer, laranja é uma sugestão. Na aba “Básico” vá na caixa de seleção ao lado da opção “Exibir Rótulo” e escolha na lista a opção “Valor”, fazendo com que apareça o valor referente ao comprimento do segmento.
15) Clique sobre o segmento “g” e, no menu configurações, escolha a aba “Estilo” e altere a espessura da linha também para 10. Na aba “Cor” altere sua cor para a mesma do segmento “f”. Faça o mesmo comando, como no passo anterior, para também selecionar a exibição do valor do comprimento do segmento “g”.
16) Clique sobre o ponto “C” e na aba “Básico” escreva na legenda “Ponto de Apoio”. Na aba “Cor” altere a cor do mesmo, verde é uma sugestão.
17) Clique sobre o ponto “A” e na aba “Cor” selecione a cor vermelho.
18) Clique sobre o ponto “B” e na aba “Cor” selecione a cor azul.
19) Ao clicar sobre o vetor “v” selecione a aba “Básico” e escreva na legenda “Força Resistente”. Na aba Cor, selecione a cor vermelha.
20) Ao clicar sobre o vetor “u” selecione a aba “Básico” e escreva na legenda “Força Potente”. Na aba Cor, selecione a cor azul.
21) Clique sobre o comando deslizante “a” e na aba “Básico” tire a marcação “Exibir Rótulo”. Assim ficará visível apenas o botão de controle.
22) Clique uma vez com o botão esquerdo na área algébrica, fora de qualquer elemento, depois clique com o botão direito. Ao aparecer a lista de opções, desmarque a opção “Exibir Eixos” e, clicando novamente com o botão direito, selecione a opção “Exibir Malha” escolha “Sem Malha”.
23) Para exibir os valores que representariam os vetores, para uma visualização numérica e geométrica de sua modificação, crie dois parâmetros dando a entrada: fp=r1*30 fr=r2*30.
24) Para exibir o texto referente à Força Potente selecione a ferramenta “ABC Texto” e clique sobre a área geométrica. Ao abrir a caixa para configuração do texto, clique na opção “Avançado” para abrir um menu de exibição do texto que aparecerá na tela. Na caixa superior, clique e escreva F_P=, selecione a opção da lista abaixo que tem o símbolo do aplicativo GeoGebra e aparecerá todos os elementos criados, selecione “fp”,

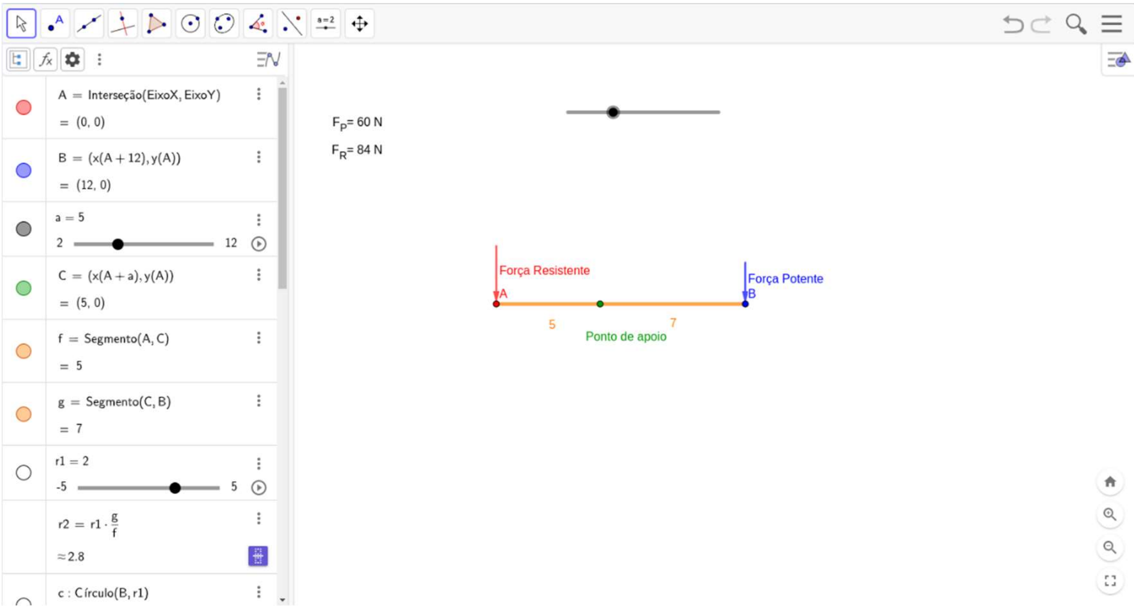
dê um espaço e escreva a letra “N”, para representar a unidade “Newton”. Ao final deverá aparecer a expressão F_P= fp N.

25) Para o texto da Força Resistente deve ser tomado o mesmo passo anterior, selecionando o parâmetro “fr”. Selecione a ferramenta “ABC Texto” e clique sobre a área geométrica. Ao abrir a caixa para configuração do texto, clique na opção “Avançado para abrir um menu de exibição do texto que aparecerá na tela. Na caixa superior, clique e escreva F_R=, selecione a opção da lista abaixo que tem o símbolo do aplicativo GeoGebra e aparecerá todos os elementos criados, selecione “fr”, dê um espaço e escreva a letra “N”, para representar a unidade “Newton”. Ao final deverá aparecer a expressão F_R= fr N.

26) Para finalizar basta reposicionar os rótulos dos elementos para criar uma visualização mais limpa e clara.

O resultado final da modelagem deverá ser conforme a Figura 34 abaixo.

Figura 3433 – Alavanca Interfixa.



Fonte: O autor.

As modelagens desenvolvidas anteriormente formam o conjunto de programações pré-estabelecidas que compõem o produto educacional dentro do presente trabalho. Os passos usados para criar cada uma delas foram propostos aqui para exemplificar o poder de modelagem que o aplicativo disponibiliza para os usuários.

Um ponto importante a ser ressaltado é que para modelar é necessário um conhecimento sobre álgebra e geometria, tendo noção de como unir elementos matemáticos para criar sistemas. Quanto mais se usa o aplicativo, mais elaboradas as modelagens podem ser criadas, tornando cada vez mais fácil e versátil a apresentação de conteúdos científicos.

4. DESENVOLVIMENTO E APLICAÇÃO DO PRODUTO

O desenvolvimento do produto se dá através de um procedimento didático para ser desenvolvido em três encontros de duas aulas cada um, onde serão contempladas as unidades propostas para cada passo da aplicação.

A aplicação e o desenvolvimento estão descritos abaixo. Cada unidade tem uma descrição de como executá-la e, logo após, há o texto original do produto educacional, que deve ser mostrado e apresentado para os alunos.

UNIDADE I – 2 AULAS

Esta unidade está marcada por uma introdução ao tema e apresentação inicial dos conceitos de construção e concepção de cada um dos temas. O primeiro tópico tem a intenção de identificar o conhecimento prévio dos alunos sobre o tema. Serão apresentadas algumas perguntas com a finalidade de identificar, inicialmente, conhecimentos que podem ter sido adquiridos com o tempo, de acordo com a vivência pessoal de cada um e de estudos anteriores que podem ter surtido um efeito significativo e positivo nos alunos.

No próximo tópico, o objetivo é trazer à tona um pequeno contexto histórico sobre Física em relação ao tema alavancas, abordando a frase clássica de Arquimedes e mostrar os elementos do sistema. A apresentação de cada tipo de alavanca, exemplificando o funcionamento e cada componente para que ela funcione é fundamental.

Os estudantes devem ter contato com a teoria da concepção de montagem das alavancas, qual é força potente, resistente e ponto de apoio fixo. A finalidade deste primeiro contato é mostrar como identificar alavancas em itens do cotidiano, que eles já tiveram contato alguma vez na vida. Como resultado espera-se que os alunos consigam identificar e exemplificar por meio de uma discussão alguns itens que conhecem que usam os conceitos de alavancas.

Após a apresentação de cada um dos tópicos propostos, uma atividade simples está sendo proposta para que os alunos apenas classifiquem os itens como tipos de alavancas. Não há figuras, pois a intenção é que eles consigam abstrair a imagem em sua cabeça e identificar em qual categoria se encaixa. De todos os exemplos foram adicionados apenas 4 exemplos além dos que já foram descritos e apresentados em cada uma das sessões, para que eles possam comparar sua natureza. A atividade pode ser passada para os alunos em quadro ou folha separada, como também pode ser publicada em um formulário google, como foi proposto na primeira atividade feito no trabalho para coleta de dados.

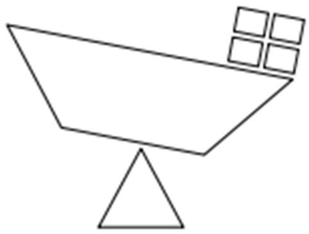
VOCÊ CONHECE AS ALAVANCAS?

A respeito do tema de estudo, serão apresentadas algumas perguntas com a finalidade de identificar, inicialmente, conhecimentos que podem ter sido adquiridos com o tempo, de acordo com a vivência pessoal ou escolar de cada um.

Atividade diagnóstica

1. Você sabe o que são alavancas?
2. Para você, o que é equilíbrio?
3. Se você se depara com um corpo que está desalinhado, por estar com muito peso de um lado, conforme a figura abaixo, o que poderia ser feito para ele voltar a ficar alinhado? Tente representar o desenho.

Figura 1: Corpo em desequilíbrio



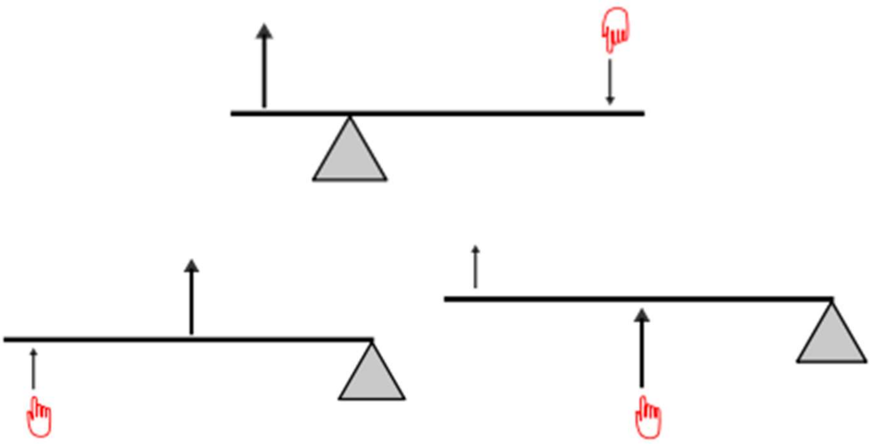
Fonte: O autor

Ao serem respondias, as questões trarão uma avaliação diagnóstica de entrada, registrando assim, um parâmetro inicial sobre o conhecimento prévio de cada um dos alunos.

Para o desenvolvimento das seguintes atividades é proposto que os alunos trabalhem em duplas ou grupos, para poderem trocar conhecimento entre si e conseguirem desenvolver uma aprendizagem significativa por pares.

O QUE SÃO ALAVANCAS?

Figura 2: Alavancas



Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Alavanca

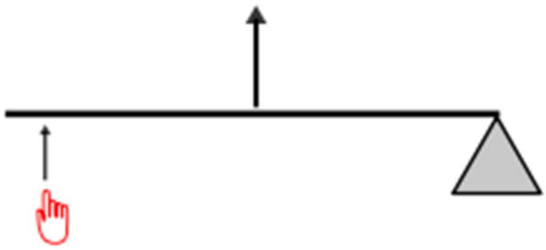
- Uma haste ou tábua, que é a própria alavanca;
- Um ponto de apoio;
- Uma força chamada de Potente;
- Uma força chamada de Resistente.

São necessários apenas 4 elementos para que você desenvolva uma máquina simples que, dependendo de sua necessidade ou da aplicação, pode ser extremamente útil e eficiente. Um conhecido Filósofo Natural chamado Arquimedes, que viveu no século terceiro antes de Cristo e que foi responsável por grandes descobertas em seu tempo, algumas muito famosas e citadas até os dias atuais, disse a frase: “Deem me uma alavanca e um ponto de apoio e moverei o mundo”. O domínio do conhecimento sobre alavancas foi um avanço tecnológico muito grande para a época e ainda é usado atualmente para diversas finalidades.

Após esta discussão, é possível definir alavancas como sendo “um sistema mecânico com a finalidade de transmitir esforços, podendo ou não mudar sua direção e ampliar seu efeito”. Observando as imagens da Figura 2, nota-se que há três exemplos de alavancas. O primeiro objetivo é elucidar as principais diferenças entre cada um dos sistemas e exemplificar suas aplicações práticas.

ALAVANCA INTER-RESISTENTE

Figura 3: Alavanca Inter-resistente



Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Alavanca

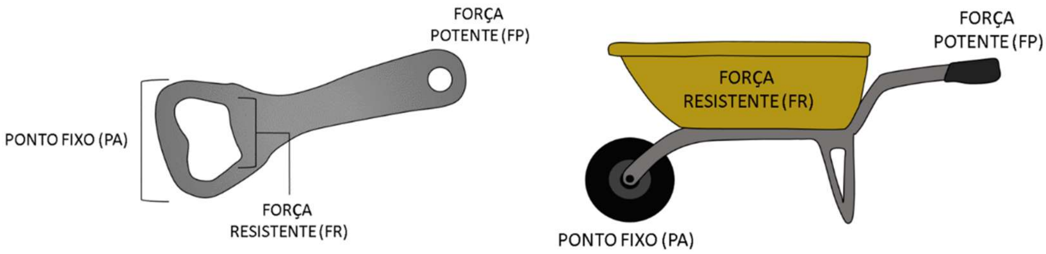
Este tipo de máquina leva um nome que já consegue definir, em parte, sua natureza. Quando se lê a palavra “inter” é possível relacioná-la com “meio”, ou “entre”, o que leva à relação com “estar entre dois pontos”. A palavra “resistente” leva a imaginar um objeto ou ação que dificulta, que tenta impedir um determinado efeito.

Relacionando a Figura 3 com a descrição acima, nota-se que a alavanca, a haste do sistema, está posicionada de tal forma que uma de suas extremidades está em um **Ponto de Apoio Fixo** e a **Força Potente** está na outra extremidade, restando o espaço compreendido entre as duas para posicionar a **Força Resistente**, levando diretamente ao nome da máquina simples, **“Alavanca Inter-resistente”**.

Alguns exemplos práticos deste tipo de equipamento são:

- Carrinhos de mão, usados em construções;
- Abridores de garrafas.

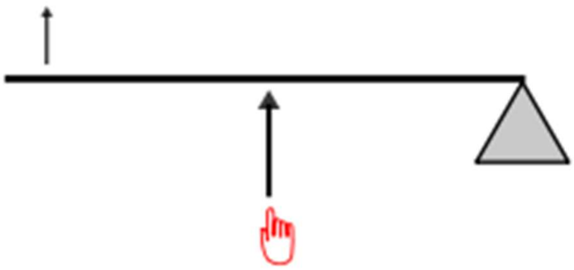
Figura 4: Exemplos de alavanca inter-resistente



Fonte: https://sigpibid.ufpr.br/site/projects/35/posts/532

ALAVANCA INTERPOTENTE

Figura 5: Alavanca Interpotente



Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Alavanca

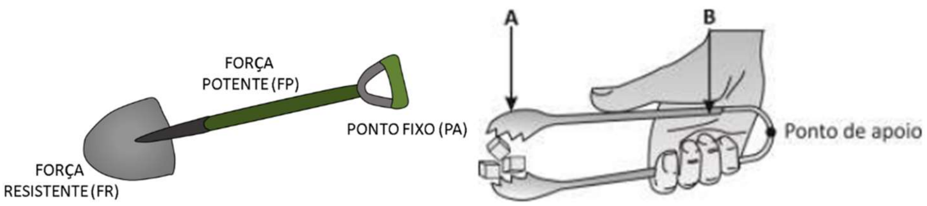
Assim como a definição anterior, pensando no próprio nome do sistema é possível tirar conclusões sobre seu funcionamento. A palavra “inter” aparece novamente, e leva à relação “estar entre dois pontos”. Já nesta situação está acompanhada da palavra “potente”, o que se relaciona com “esforço”, com “aplicação intencional de forças”.

Relacionando a Figura 5 com a descrição acima, nota-se que a alavanca, a haste do sistema, como na proposição anterior, se encontra com uma de suas extremidades em um **Ponto de Apoio Fixo** e a **Força Resistente** está na outra extremidade, restando o espaço compreendido entre as duas para posicionar a **Força Potente**, levando diretamente ao nome da máquina, **“Alavanca Interpotente”.**

Alguns exemplos práticos deste tipo de equipamento são:

- Pá;
- Pinça/pegador.

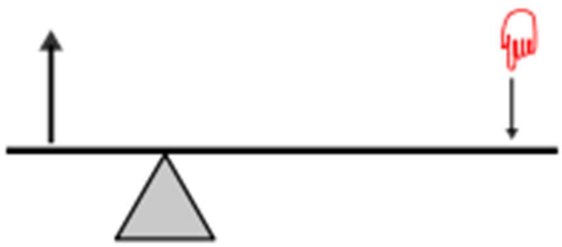
Figura 6: Exemplos de alavanca interpotente



Fontes: https://mundoeducacao.uol.com.br/fisica/alavancas.htm, https://www.mesoatomic.com/pt-br/fisica/mecanica/estatica/maquinas-simples

ALAVANCA INTERFIXA

Figura 7: Alavanca Interfixa



Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Alavanca

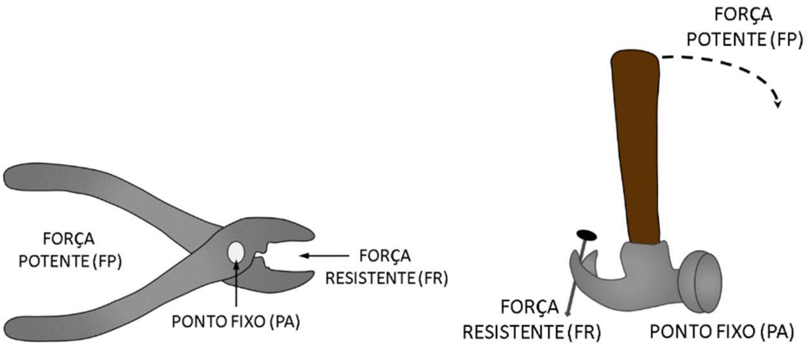
Chegando ao último modelo de alavanca, também é possível fazer uma analogia entre o nome do sistema e seu funcionamento. Contendo a palavra “inter”, a qual sua relação já é conhecida, mas agora acompanhada da palavra “fixa”, que se refere a “ponto imóvel”, ou a “ponto de apoio”.

Relacionando a Figura 7 com a descrição acima, nota-se que a alavanca, a haste do sistema, diferente das proposições anteriores, se encontra com as duas extremidades ocupadas por forças, em uma estando a **Força Potente** e na outra a **Força Resistente**. Já o **Pondo de Apoio**, se encontra posicionado no espaço compreendido entre as duas forças, mas desta vez não necessariamente é fixo, levando ao nome da máquina, **“Alavanca Interfixa”**.

Alguns exemplos práticos deste tipo de equipamento são:

- Martelo (retirando pregos);
- Alicate.

Figura 8: Exemplos de alavanca interfixa



Fonte: https://sigpibid.ufpr.br/site/projects/35/posts/532

Atividade 1. Após apresentação do tema

1. O que são alavancas?
2. Quem foi um Filósofo influente na concepção de sistemas de alavancas?
3. Como você classificaria cada máquina abaixo como sendo um sistema de alavancas?

Item	Tipo de Alavanca	Item	Tipo de Alavanca
Carrinho de mão		Alicate	
Pinça / Pegador		Abridor de Garrafas	
Tesoura		Pá	
Quebra-nozes		Vara de pescar	
Martelo (retira pregos)		Balança de Equilíbrio	

UNIDADE II – 2 AULAS

Esta unidade tem como foco mostrar para os estudantes o funcionamento dos sistemas de alavancas evidenciando como os esforços são modificados em cada uma das montagens. Aqui não serão evidenciados cálculos, mas sim a forma que cada um dos elementos modifica o funcionamento da alavanca.

Para o desenvolvimento é proposto o uso das programações do GeoGebra, que estão disponíveis em link ou QRCode, como ferramenta interativa de modelagem dos sistemas.

A apresentação está dividida em tópicos, cada um para cada tipo de alavanca, e há uma programação no software em cada etapa. A manipulação do sistema no aplicativo se dá através de um controle deslizante e pode ser feita de forma intuitiva. A proposta é mostrar aos alunos o que acontece quando se move cada um dos elementos.

No sistema interfixo o ponto de apoio é movido, no interpotente a força potente é movida e no inter-resistente a força resistente é movida. A representação do módulo dos vetores, por valores numéricos e tamanho (visual) deve ser evidenciada para que os alunos entendam a influência de cada um dos elementos.

Após a apresentação de cada um dos sistemas, uma atividade de prática em sala é proposta. Os alunos devem montar um sistema de alavancas usando duas borrachas, uma régua e uma caneta ou lápis. O intuito do desenvolvimento da atividade é que as borrachas sejam de tamanhos diferentes e sejam colocadas nas extremidades da régua e o objetivo é encontrar o ponto de equilíbrio do sistema sobre a caneta. Após encontrado o ponto de equilíbrio, é interessante registrar e discutir sobre a diferença das medidas do ponto de apoio até cada uma das borrachas.

A outra atividade proposta é que os alunos interpretem os enunciados descritos e respondam às questões propostas. O objetivo é que consigam imaginar e idealizar os sistemas propostos de forma a classificar cada um dos elementos neles contidos, conforme elucidado na Unidade I. Há um exemplo resolvido para que usem como modelo de respostas. Os alunos devem ser orientados a usarem as programações do GeoGebra para auxiliá-los a identificar cada um dos sistemas. Caso o professor opte por, pode publicar a atividade em um formulário eletrônico.

COMO AS ALAVANCAS MODIFICAM OS ESFORÇOS?

Os sistemas de alavancas são aplicados com a função de redirecionar esforços, conforme afirmado anteriormente. É importante saber como esses esforços são redirecionados, fazendo uma análise visual da influência de cada um de acordo com sua disposição em cada sistema de alavancas.

Antes de realizar qualquer tipo de cálculo numérico a respeito dos esforços, é preciso exercitar o poder de abstração das situações propostas para modelos idealizados na mente, mas o processo não é tão trivial quanto parece. A capacidade de criação ou recriação de qualquer proposição, moldando-a de forma correta ou mais adequada na mente requer prática.

Uma boa forma de exercitar é observar sistemas dinâmicos onde pode-se identificar mudanças graduais em cada elemento, ajudando assim com o poder de criação e idealização de cada sistema. Uma programação no software matemático GeoGebra foi feita para ajudar com a análise visual, onde é possível modificar distâncias, arbitrariamente, em cada tipo de estudo e observar como o sistema se comporta.

O uso da ferramenta citada acima é intuitivo e de fácil manipulação. É possível acessar usando um computador ou telefone móvel com acesso à internet, clicando no link ou via QR Code.

Abaixo serão apresentados exemplos de cada tipo de alavanca e como estes se comportam.

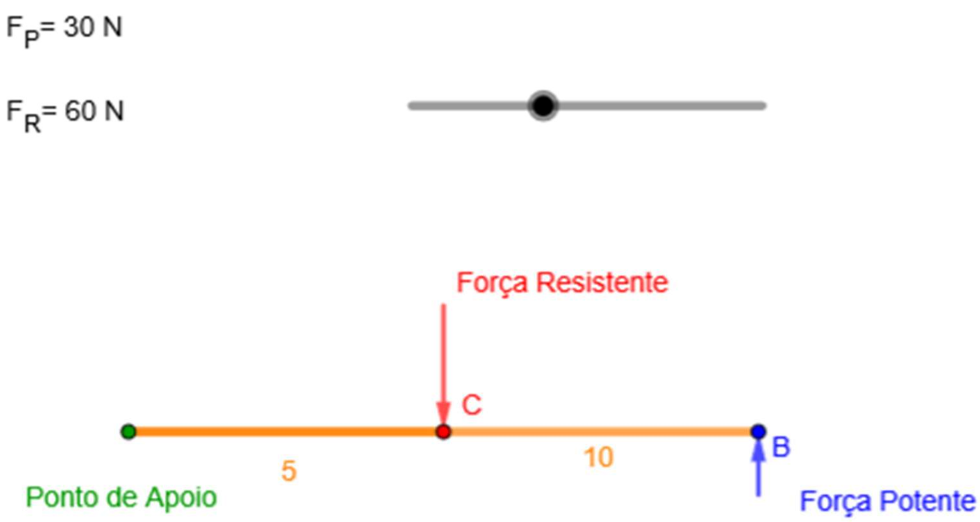
ALAVANCA INTER-RESISTENTE

Alavanca Inter-resistente - https://www.geogebra.org/m/jadtfqru

Um sistema de alavanca inter-resistente possui a disposição de seus elementos, isto é, Ponto de Apoio, Força Potente e Força Resistente, conforme a descrição feita na aula anterior. Para uma melhor visualização, é válido acompanhar o sistema no software GeoGebra, através do link ou do QR Code acima.

Uma vez aberto o programa, será possível visualizar o sistema parado conforme a Figura 9 abaixo, veja:

Figura 9: Sistema de alavanca inter-resistente - Posição 1.



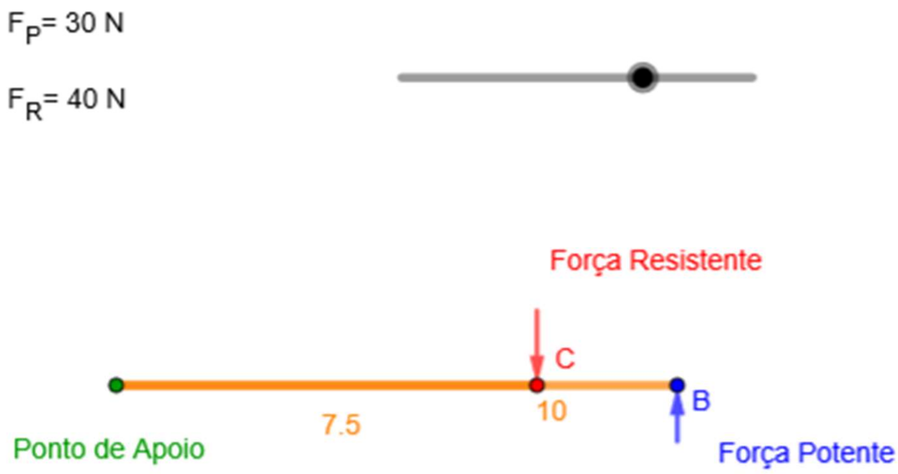
Fonte: https://www.geogebra.org/m/jadtfqru

Para operar o sistema é preciso apenas movimentar o controle deslizante destacado em preto e observar o que acontece. Os valores apresentados pelas forças são medidos em Newtons (N), uma unidade de medida usada para expressar forças.

A proposta é entender que, deixando fixa a Força Potente, é possível ver como o módulo da Força Resistente se modifica para equilibrar o sistema, conforme é deslocada em relação ao ponto de apoio. Nota-se facilmente que, a princípio, uma Força Potente de módulo $30\,N$ aplicada no sentido vertical para cima na ponta da alavanca, necessita de uma Força Resistente de módulo $60\,N$ aplicada no sentido vertical para baixo, em sua posição inicial, para equilibrar o sistema.

A Figura 10 apresenta uma modificação na posição da Força Resistente, observe:

Figura 10: Sistema de alavanca inter-resistente - Posição 2.



Fonte: https://www.geogebra.org/m/jadtfqru

De acordo com a disposição 2 acima, uma vez ainda posicionada a Força Potente na extremidade da alavanca, sem alterar seu módulo, uma Força Resistente de módulo $40\,N$ foi necessária para equilibrar o sistema, já que sua distância em relação ao ponto de apoio foi aumentada.

Movimentando o controle deslizante d_2 no sistema, observa-se a mudança no módulo da força de forma dinâmica e é possível verificar os valores que seriam encontrados para cada posição da Força Resistente. *Reflita sobre o que aconteceria com as forças ao colocá-las aplicadas sobre o mesmo ponto.*

É possível notar que há uma relação direta entre as forças aplicadas em um sistema de alavanca inter-resistente e as distâncias das mesmas em relação ao Ponto de Apoio.

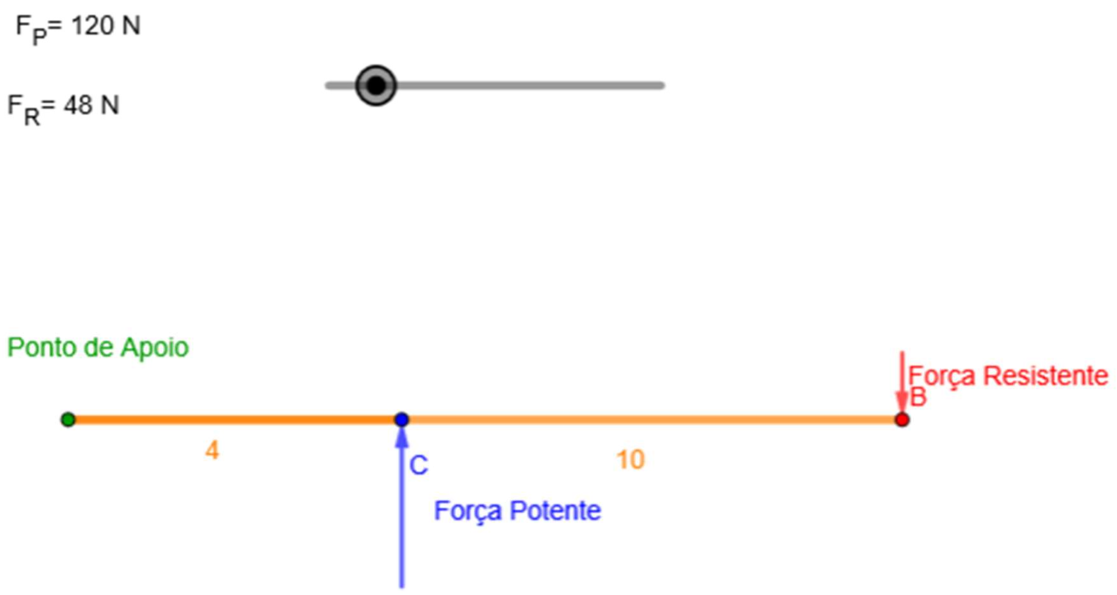
ALAVANCA INTERPOTENTE

Alavanca Interpotente - https://www.geogebra.org/m/nxmwbhsj

O sistema de alavanca interpotente segue, também, uma configuração conforme a apresentada na aula anterior. O Ponto de Apoio está em uma extremidade da alavanca, a Força Resistente está em outra e a Força potente se encontra entre os dois. Acompanhar a programação no GeoGebra referente a este sistema ajudará na visualização da proposta, portanto, foi disponibilizado o acesso através do link ou do QR Code acima.

A Figura 11 mostra a configuração inicial do sistema ao abrir o programa, veja:

Figura 11: Sistema de alavanca interpotente - Posição 1.



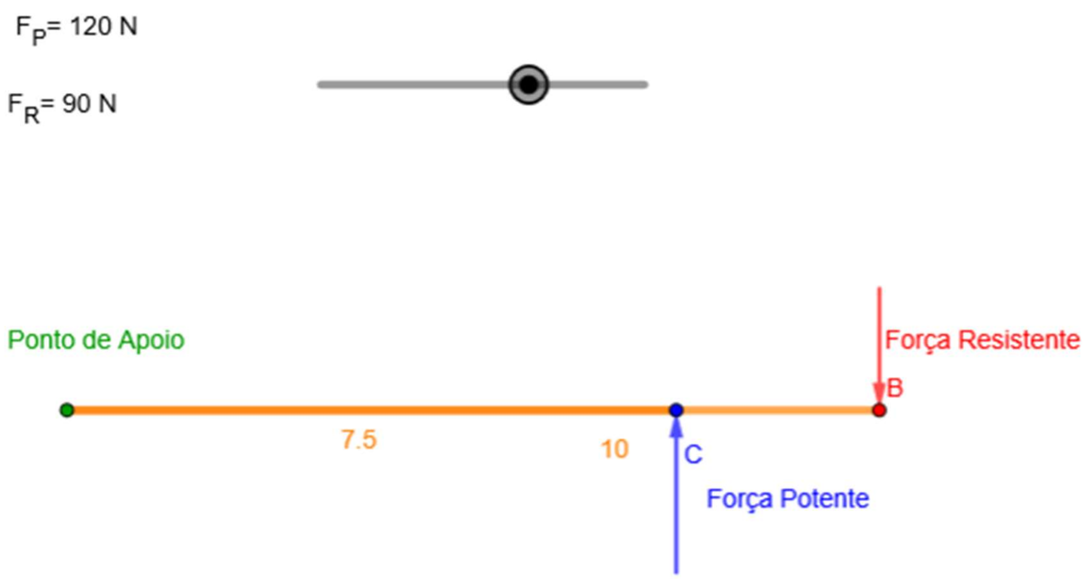
Fonte: https://www.geogebra.org/m/nxmwbhsj

Para operar o sistema, basta movimentar o controle deslizante e observar como o mesmo se comporta. A proposta é entender que, diferente do anterior, quem se mantém fixos são a Força Resistente e o Ponto de Apoio, e quem se movimenta é a Força Potente.

Isto acontece para respeitar a configuração do sistema. Conforme anteriormente, a Força Potente possui módulo fixo e a Força Resistente se altera, para gerar o equilíbrio. Nota-se que a Força Potente possui módulo igual a $120\ N$ e está sendo aplicada no sentido vertical para cima. Já a Força Resistente, com o intuito de manter o equilíbrio, possui módulo igual a $48\ N$ e sentido vertical para baixo. O que se observa é que ela possui módulo expressivamente menor do que a Força potente.

A Figura 12 mostra uma segunda configuração do sistema, veja:

Figura 12: Sistema de alavanca interpotente - Posição 2.



Fonte: https://www.geogebra.org/m/nxmwbhsj

Na posição 2, observa-se que a posição da Força Resistente não se alterou, mas a da Força Potente, em relação ao ponto de apoio, passou a ser maior. O efeito que apareceu foi um aumento no módulo da Força Resistente, já que a Força Potente permaneceu igual, para $90\ N$ a fim de garantir o equilíbrio do sistema. Nota-se, também, uma relação entre distâncias e forças neste sistema.

Movimentando o controle deslizante no sistema, observa-se a mudança no módulo da força de forma dinâmica e é possível verificar os valores que seriam encontrados para cada posição da Força Potente. *Reflita sobre o que aconteceria com as forças ao colocá-las aplicadas sobre o mesmo ponto.*

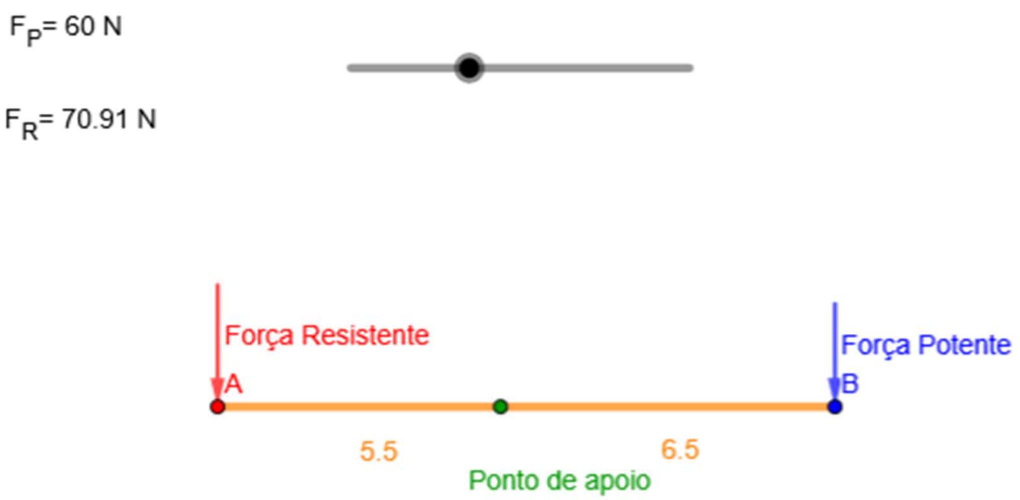
ALAVANCA INTERFIXA

Alavanca Interfixa - https://www.geogebra.org/m/bhawvwqp

O sistema de alavanca interfixa, assim como os demais, segue a mesma configuração apresentada na aula anterior. As duas extremidades da alavanca estão ocupadas por forças, isto é, em uma está a Força Potente e na outra está a Força resistente. Entre as duas está o Ponto de Apoio. É válido reparar que, em um sistema assim, o ponto de apoio pode, e deve, ser deslocado, com a finalidade de modificar as forças. É possível reparar que o posicionamento do ponto de apoio é escolhido para que o sistema se adapte à situação apresentada. A programação deste sistema foi feita em GeoGebra, contudo, opera de maneira levemente diferente das anteriores, mas, ainda assim, de maneira bem intuitiva. Basta acessar o link ou o QR Code acima.

A Figura 13 mostra a configuração inicial do sistema ao abrir o programa, veja:

Figura 13: Sistema de alavanca interfixa - Posição 1.



Fonte: https://www.geogebra.org/m/bhawvwqp

O sistema é operado com a movimentação do controle deslizante. A diferença apresentada com os demais é o fato de o ponto de apoio se movimentar, conforme foi dito na descrição.

Operando o sistema, nota-se que a Força Potente é fixa, com módulo igual a $60\ N$ e sentido vertical para baixo. A Força Resistente, por sua vez, possui módulo igual a $70{,}91\ N$ e sentido vertical para baixo, fazendo o papel de manter o sistema em equilíbrio. Nota-se, facilmente, que esta possui módulo próximo ao que aquela. Algumas diferenças podem ser apontadas, se comparado com os sistemas anteriores. É fácil perceber que neste sistema as forças possuem mesma direção e sentido, isso é resultado de estarem em lados opostos do ponto de apoio. Outra informação importante é sobre a diferença entre as intensidades, que é resultado da distância de cada força em relação ao ponto de apoio.

A figura 14 mostra uma segunda configuração do sistema para uma análise diferente. Observe:

Figura 14: Sistema de alavanca interfixa - Posição 2.

Fonte: https://www.geogebra.org/m/bhawvwqp

Observando a configuração 2 do sistema nota-se que cada uma das forças, potente e resistente, ainda estão nas extremidades da alavanca, mas o Ponto de Apoio teve sua posição alterada, o que resultou em uma modificação na distância de cada uma das forças em relação a ele mesmo. O resultado desta movimentação é a alteração do módulo da Força Resistente para $228\ N$. Como a movimentação do Ponto de Apoio altera as duas distâncias ao mesmo tempo, o sistema modifica de forma drástica o valor da Força Resistente para manter o equilíbrio que, neste caso, passou a ter um módulo ainda maior do que o da Força Potente, Movimentando o controle deslizante no sistema, observa-se a mudança no módulo da força de forma dinâmica e é possível verificar os valores que seriam encontrados para cada posição do Ponto de Apoio. *Reflita sobre o que aconteceria com as forças ao colocar o Ponto de Apoio coincidente com a Força Potente.*

Como anteriormente, é possível notar que há uma relação direta entre as forças aplicadas em um sistema de alavanca interfixa e as distâncias das mesmas em relação ao Ponto de Apoio.

Após a apresentação dos três tipos de alavancas, é possível deixar uma reflexão. “Q*ual relação é possível estabelecer entre as forças e as distâncias?”*

Prática em sala de aula

Para exemplificar alavancas interfixas, é possível fazer uma atividade prática que demanda poucos recursos e traz bons resultados visuais. Os materiais necessários são:

- Uma caneta ou lápis (de preferência em formato sextavado);
- Uma régua rígida de 30 cm (acrílico ou metálica);
- Uma borracha pequena;
- Uma borracha grande.

A proposta é construir uma alavanca interfixa usando a caneta (ou lápis) como ponto de apoio, a régua como alavanca e as borrachas como cargas. Para que o sistema funciona é importante que as borrachas tenham uma diferença considerável de massa (o que influi diretamente na carga) e a proposta é deixar o sistema em equilíbrio, mesmo tendo cargas diferentes.

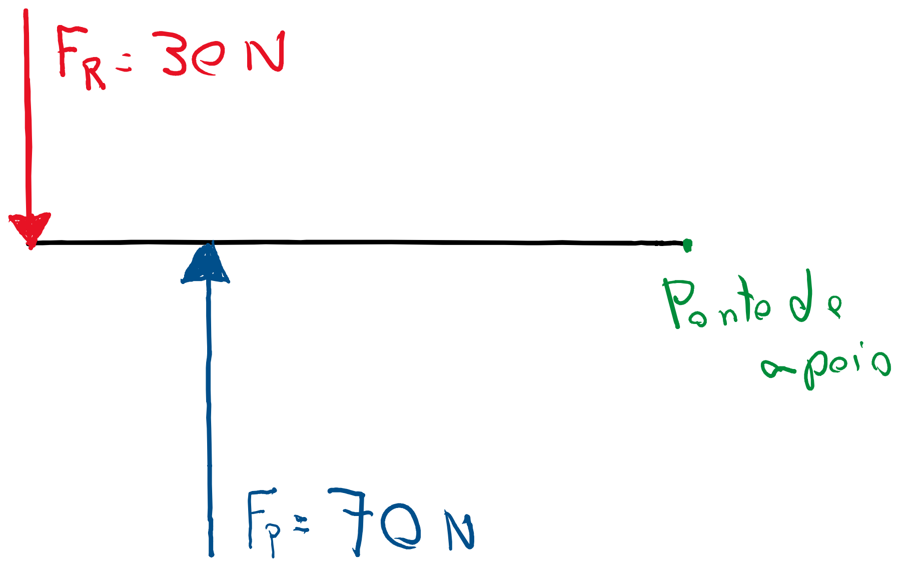
Para a execução da atividade deve-se posicionar cada uma das borrachas nas extremidades da régua. Partindo daí, o próximo passo é tentar posicionar a régua em cima da caneta, de forma que o sistema fique em equilíbrio, isto é, mantenha-se parado com as duas extremidades elevadas. O que deve ser feito é encontrar o ponto da régua que deve ser apoiado sobre a caneta. Ao final, após obtido o equilíbrio, os alunos devem registrar as distâncias relativas entre o ponto de apoio e as cargas observando, assim, uma relação direta entre as massas mesmas.

Atividade 2. Após concepção visual dos sistemas

De acordo com o que foi apresentado até agora, use seus conhecimentos para resolver as proposições abaixo. O objetivo é identificar o sistema que foi proposto, avaliar como cada uma das forças, de acordo com sua intensidade, seria disposta sobre a alavanca dada, de acordo com a distância em relação ao ponto de apoio e, também, classificar cada uma delas. Para fazer a análise, abra as programações no GeoGebra para ajudar na visualização. Veja o exemplo:

Uma pessoa está usando uma pá para jogar areia em um carrinho de mão. Sabendo que duas forças são exercidas sobre a pá, com intensidades iguais a $F_1 = 30\,N$ *e* $F_2 = 70\,N$*, determine: Qual o tipo de alavanca? Para manter equilíbrio, como cada força deve ser posicionada? Qual seria a força potente (exercida pela pessoa) e qual seria a força resistente (carga da areia)? Faça um desenho representativo do sistema para melhor visualização.*

R: O sistema trata de uma alavanca interpotente. A força F_1 *deve ser posicionada mais distante do ponto de apoio e* F_2 *mais próxima, para que seja mantido o equilíbrio. Por se tratar de uma alavanca interpotente, a força potente seria* F_2*, por estar entre o ponto de apoio e* F_1*, e a força resistente seria* F_1*, por estar mais distante.*



1. Considerando que a pessoa do exemplo anterior encheu o carrinho de mão com areia e pretende movimentá-lo, é possível fazer uma análise. Sabendo que ele

está sob a ação de duas forças $\mathrm{F_A} = 280\ \mathrm{N}$ e $\mathrm{F_B} = 120\ \mathrm{N}$, determine: Qual o tipo de alavanca? Para manter o equilíbrio, como cada força deve ser posicionada? Qual seria a força potente (exercida pela pessoa) e qual seria a força resistente (carga de areia)? Faça um desenho representativo do sistema para melhor visualização.

2. Duas crianças estão construindo uma gangorra. Sabendo que a força exercida pelo peso de cada uma é $\mathrm{P_1} = 180\ \mathrm{N}$ e $\mathrm{P_2} = 300\ \mathrm{N}$, responda: Qual o tipo de alavanca proposto? Como deve ser posicionado o ponto de apoio para que seja mantido o equilíbrio? Seria possível classificar as forças em potente e resistente? Faça um desenho representativo do sistema para melhor visualização.

3. Um pescador se aventura pela bacia Amazônica praticando pesca esportiva e consegue fisgar um Tucunaré. Sabendo que a vara de pesca sofreu dois grandes esforços, $\mathrm{F_1} = 700\ \mathrm{N}$ e $\mathrm{F_2} = 200\ \mathrm{N}$, determine: Qual o tipo de alavanca? Para manter o equilíbrio, como cada força deve ser posicionada? Qual seria a força potente (exercida pelo pescador) e qual seria a força resistente (peso do peixe)? Faça um desenho representativo do sistema para melhor visualização.

UNIDADE III – 2 AULAS

Nesta unidade objetiva-se atingir a proposta integral da sequência didática apresentada que é desenvolver nos alunos a habilidade de conseguir receber informações sobre a descrição de um problema, mentalizar a idealização do mesmo e representar este de forma idealizada no papel, para que consiga visualizar o sistema de forma completa.

Até o momento foram apresentadas a concepção e a manipulação de sistemas de alavancas para os estudantes. O último passo a ser tomado é evidenciar as relações matemáticas que fundamental o funcionamento dos sistemas. Na unidade anterior, os alunos foram provocados com pontos de discussão após cada um dos tópicos, para que pudessem ir amadurecendo a ideia de uma relação matemática que modelasse os sistemas.

Para isso será usado o auxílio da ferramenta GeoGebra, o que mostra visualmente a mudança dos valores com a movimentação das cargas. A manipulação permitirá chegar à relação de forma mais simples e intuitiva.

A apresentação do tema se dá de forma bem simples, partindo de um enunciado onde há uma pergunta sobre como manter o equilíbrio do sistema. Juntamente com a apresentação do problema, há a resolução, apresentando os conceitos.

A importância de desenvolver um desenho que representa graficamente cada uma das situações descritas dá-se ao fato do desenvolvimento da capacidade de abstração de sistemas do cotidiano. Quanto mais fácil for a representação e idealização de um sistema através de um desenho, mais fácil é o emprego do conceito Físico na realidade de cada pessoa.

O objetivo da maneira de apresentação da solução é mostrar que, para facilitar a visualização do sistema, os alunos devem conseguir:

- Identificar o tipo de sistema que está sendo proposto e identificar cada um de seus elementos;
- Representar o sistema através de um desenho idealizado, introduzindo as informações necessárias para a resolução (chamado diagrama de corpo livre);
- Aplicar a relação apresentada a fim de obter os resultados numéricos.

Após o desenvolvimento proposto, é sugerido que os alunos retornem às informações da atividade prática em sala de aula da unidade anterior (usando régua e borracha) e façam uma relação entre as cargas das borrachas, determinando a grandeza da relação das massas.

Por último há a proposta de três atividades para serem resolvidas pelos estudantes seguindo o exemplo de explicação. As atividades podem ser executadas em grupos de trabalho para que conversem e solucionem em equipe.

APLICANDO A MATEMÁTICA

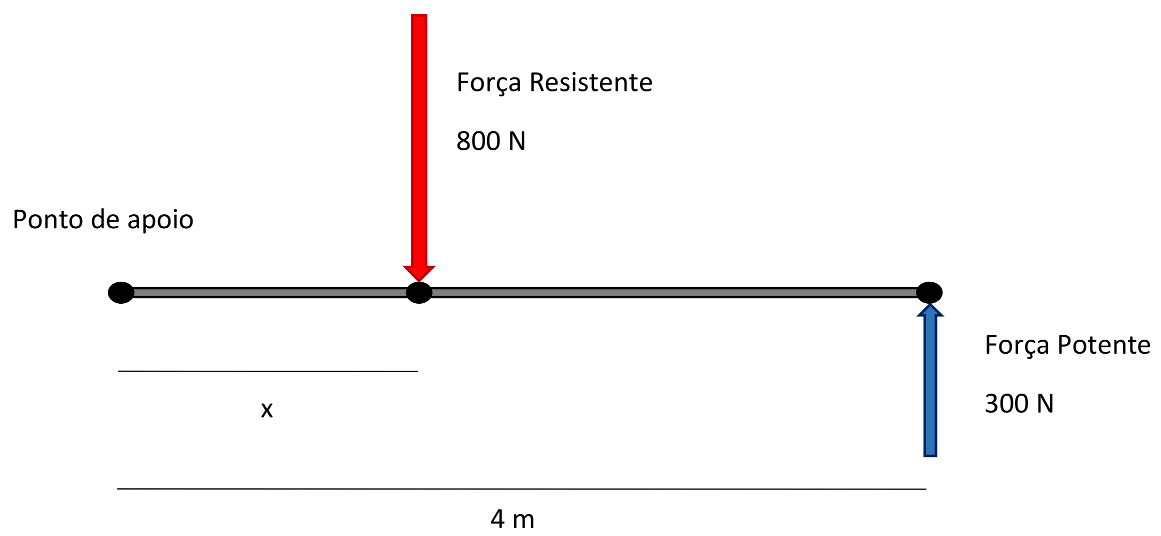
Em situações do cotidiano, onde são passíveis de serem aplicados sistemas de alavancas, nem sempre são apontados todos os parâmetros envolvidos. Tomando como exemplo uma alavanca inter-resistente, é possível que a carga a ser levantada, isto é, a força resistente, seja conhecida e a pessoa que esteja operando o sistema também conheça sua própria força, que seria a força potente. Supondo que ela tenha em mãos uma alavanca, a única parte do sistema que falta ser determinada é o posicionamento das cargas e do ponto de apoio no sistema para garantir seu funcionamento.

Trazendo a proposição acima citada para exemplos numéricos, é possível chegar a uma situação assim:

Uma pessoa pretende levantar uma pedra que tem peso $P = 800\,N$ *e sabe que consegue exercer uma força máxima* $F = 300\,N$ *. Ela encontra uma alavanca de* 4 *metros de comprimento e decide montar uma alavanca inter-resistente. Qual seria a maior distância do ponto de apoio que a pedra deveria ser colocada para que fosse possível manter o equilíbrio?*

Considerando o enunciado, é possível agregar o conhecimento apresentado nas aulas anteriores para idealizar um desenho que represente o sistema, a fim de analisá-lo melhor. Veja a Figura 15:

Figura 15: Representação do sistema descrito no exemplo.



Fonte: O autor.

Lembrando que há uma relação direta entre as forças e suas distâncias ao ponto de apoio, para que seja mantido o equilíbrio, é possível, através da observação feita no GeoGebra na última aula, que uma relação possa ser determinada como sendo:

$$F_P \cdot d_1 = F_R \cdot d_2,$$

o que leva enunciá-la como:

"*Para uma alavanca se manter em equilíbrio é preciso que o produto entre a Força Potente e sua distância até o ponto de apoio seja igual ao produto entre a Força Resistente e sua distância até o ponto de apoio".*

Considerando as afirmações acima e aplicando no exemplo citado, é possível encontrar a posição da pedra na alavanca, ou seja, a distância máxima ao ponto de apoio, fazendo uma aplicação direta, veja:

$$F_P = F = 300\, N$$

$$F_R = P = 800\, N$$

$$d_1 = 4\, m$$

$$d_2 = x,$$

substituindo os valores na relação encontrada, temos:

$$300 \cdot 4 = 800 \cdot x$$

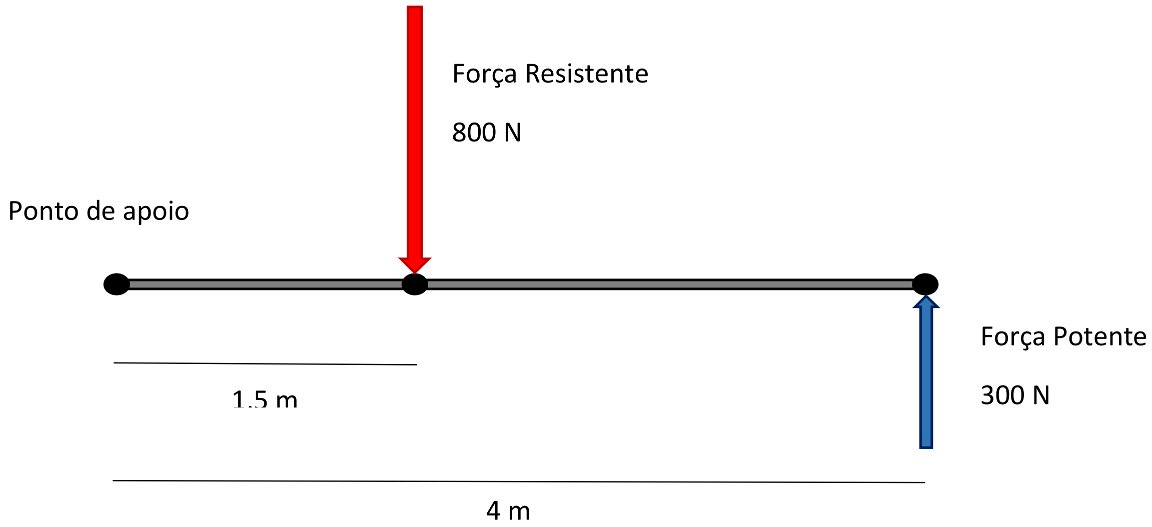
$$\frac{300 \cdot 4}{800} = x$$

$$\frac{3}{2} = x$$

$$\underline{x = 1{,}5\, m}.$$

Com os cálculos feitos, é possível completar o desenho e entender a real disposição das grandezas envolvidas no sistema conforme a Figura 16, veja:

Figura 16: Representação completa do sistema descrito no exemplo.



Fonte: O autor.

A relação proposta acima é válida para qualquer uma das três propostas de alavancas e com ela é possível encontrar qualquer uma das grandezas, desde que se tenha as demais.

Após a apresentação deste tópico, que tal voltar ao registro da atividade prática feita em sala, utilizando régua e borrachas, para fazer uma relação de grandeza entre a massa de cada carga no sistema?

Atividade 3. Após a construção da relação matemática

1. Tomando novamente o exemplo do carrinho de mão cheio de areia. Imagina que ele esteja com sua carga máxima com um valor de $C = 280\,N$. Sabendo que o ponto central da carga fica a $d_2 = 60\,cm$ da roda do carrinho e que a ponta do cabo fica a $d_1 = 140\,cm$, também da roda, responda:

a) Faça um desenho do problema para visualizar a situação;

b) Determine o esforço F_1 mínimo necessário para que o operador levante o carrinho.

2. Analisando a proposta da construção da gangorra na última aula, é possível determinar os parâmetros para que ela fosse construída. Considerando que ela sofra os esforços $P_1 = 180\,N$ e $P_2 = 300\,N$, e que a carga P_1 está posicionada a $d_1 = 2\,m$ do ponto de apoio, responda:

a) Faça um desenho do problema para visualizar a situação;

b) Determine a distância d_2, da carga P_2 até o ponto de apoio, para que o sistema fique em equilíbrio e possa ser usado.

3. Pensando sobre o pescador na Bacia Amazônica, é possível refletir sobre as dimensões da vara de pescar usada. Considere que o esforço máximo que ele consegue aplicar é de $F = 700\,N$ e que a carga máxima do Tucunaré é de $P = 200\,N$. Sabendo que o pescador aplica sua força a $d_1 = 50\,cm$ do ponto de apoio, responda:

a) Faça um desenho do problema para visualizar a situação;

b) Determine o comprimento máximo da vara de pescar para que seja possível retirar o peixe da água.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A proposta de criar um procedimento didático que objetiva auxiliar na capacidade de mentalização e idealização de sistemas descritos foi um grande desafio e mostrou que nada é tão simples quanto parece. Uma proposta de ensino que é passível de ser aplicada em sala de aula, com uma abordagem que consiga tocar alunos de diferentes culturas gera impacto direto no processo de formação de uma turma por completo.

O desenvolvimento de cada uma das atividades foi pensado para que atingisse os alunos de forma direta, provocando uma reflexão e um leve desconforto no conhecimento por eles já adquirido, permitindo que eles se adaptassem e assimilassem o conteúdo a cada passo do desenvolvimento da atividade.

A criação do material eletrônico auxiliar através do GeoGebra demandou bastante tempo de estudo e ajustes para que fosse feito um sistema de interação simples e intuitivo, que mostrasse o que era proposto de acordo com a necessidade de cada tema. A modelagem dos sistemas se mostrou crucial para a compreensão dos alunos em cada um dos tópicos, ajudando-os a desenvolver a capacidade de mentalizar e idealizar os sistemas propostos.

A aplicação do produto em situações diferentes mostrou sua evolução e, além disso, uma eficácia em seu uso. A manipulação do material criado foi considerada simples pelos usuários (professores) e bastante útil para o ensino dos tópicos.

A proposta de criação de uma proposta didática que visa desenvolver a capacidade de abstração e aplicação de conceitos físicos no âmbito do cotidiano real dos alunos é o que se espera dentro da educação básica na parte do ensino de ciências. A manipulação dos conceitos para modificar e compreender o mundo é uma das propostas movem o desenvolvimento da ciência.

6. REFERÊNCIAS

ALDERETE, Noelia Janina Alves Alderete; SILVA, Carla Renata Garcia Xavier da e ALVES, Marcos Fernando Soares. **USO DO GEOGEBRA NO ESTUDO DA TRAJETÓRIA DO LANÇAMENTO DE PROJÉTEIS: UM RELATO DE EXPERIÊNCIA**. arqmudi [Internet]. 12º de dezembro de 2018 [citado 11° de setembro de 2023]; 22(3): 95-106. Disponível em: https://periodicos.uem.br/ojs/index.php/ArqMudi/article/view/45820

ANDRADE, Carla Dayane de e VIANA-BARBOSA, Celso José. **ANÁLISE DE UMA SEQUÊNCIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM BASEADA EM METODOLOGIAS DE APRENDIZAGEM ATIVA PARA ENSINAR ESTÁTICA**. Revista do Professor de Física, [S. l.], v. 6, n. Especial, p. 164–176, 2022. DOI: 10.26512/rpf.v1i1.45945. Disponível em: https://periodicos.unb.br/index.php/rpf/article/view/45945. Acesso em: 24 nov. 2023.

ARAUJO, Ives Solano e VEIT, Eliane Angela. **UMA REVISÃO DA LITERATURA SOBRE ESTUDOS RELATIVOS A TECNOLOGIAS COMPUTACIONAIS NO ENSINO DE FÍSICA**. Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências, 4(3), Set 2011. Disponível em: https://periodicos.ufmg.br/index.php/rbpec/article/view/4069

BAKER, Nelson. **PEDAGOGY AND TECHNOLOGY IN STATICS**. Paper presented at 2003 Annual Conference, Nashville, Tennessee. Jun 2003. 10.18260/1-2—11750. https://peer.asee.org/11750

BAUMAN BERTTI, Caroline Vanessa; ARASHIRO, Everaldo; DAS NEVES AVELANEDA, Vitor; NEVES SILVEIRA, Alexsandro. **DETERMINAÇÃO DA ACELERAÇÃO DA GRAVIDADE EM UM EXPERIMENTO DE LANÇAMENTO HORIZONTAL USANDO O DETECTOR DE SOM DE UM SMARTPHONE**. Revista do Professor de Física, [S. l.], v. 6, n. 2, p. 10–24, 2022. DOI: 10.26512/rpf.v6i2.43178. Disponível em: https://periodicos.unb.br/index.php/rpf/article/view/43178. Acesso em: 5 mar. 2024.

BEZERRA, D. P.; GOMES, E. C. S.; MELO, E. S. N. e SOUZA, T.C. **A EVOLUÇÃO DO ENSINO DA FÍSICA - PESPECTIVA DOCENTE**. Scientia Plena, v. 5, n. 9, Set 2009. https://www.scientiaplena.org.br/sp/article/view/672

BRASIL. Ministério da Educação. **BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR**. Brasília: MEC, 2018. http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/

BULEGON, Ana Marli e TREVISAN, Maria do Carmo Barbosa. **O USO DO GEOGEBRA, FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS E SONS MUSICAIS COMO RECURSOS**

MOTIVACIONAIS PARA O ENSINO DE ACÚSTICA NO ENSINO MÉDIO. Anais da 6ª Conferência Latino-Americana de Objetos de Aprendizagem LACLO 2011 - Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/312232578. Acesso em 17 de novembro de 2023.

CAMILETTI, Giuseppi Gava e FERRACIOLI, Laércio. **A UTILIZAÇÃO DA MODELAGEM COMPUTACIONAL SEMIQUANTITATIVA NO ESTUDO DO SISTEMA MOLA-MASSA**. Rev. Bras. Ensino Fís. 24 (2) • Jun 2002 • https://doi.org/10.1590/S0102-47442002000200006

COELHO, André Luís Miranda De Barcellos. **UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ENSINO DE ÓPTICA GEOMÉTRICA DE LENTES ESFÉRICAS**. Rev. Bras. Prof. Física, vol. 1, no 1, Ago 2017. ISSN 2594-4746. https://periodicos.unb.br/index.php/rpf/article/view/7079/5730

COSTA, Sayonara Salvador Cabral da e MOREIRA Marco Antônio. **O PAPEL DA MODELAGEM MENTAL DOS ENUNCIADOS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM FÍSICA**. Rev. Bras. Ensino Fís., vol. 24, no. 1, p.61-74, Mar 2002.

CRUZ, Deidson Rodrigues da. **UMA PROPOSTA DIDÁTICA BASEADA NOS TRÊS MOMENTOS PEDAGÓGICOS PARA ENSINAR ALAVANCAS E PLANO INCLINADO NO NONO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**. Dissertação (Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física - MNPEF) - Instituto Federal do Espírito Santo. Cariacica, 2020.

DOLLAR, Anna & STEIF, Paul S. **LEARNING MODULES FOR THE STATICS CLASSROOM**. Paper presented at 2003 Annual Conference, Nashville, Tennessee. Jun, 2003. DOI: 10.18260/1-2—11870. https://peer.asee.org/11870

EMYGDIO, Alexandre Santana. **ENSINO DE FÍSICA PARA ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL I: O PROBLEMA DA ALAVANCA SOB O OLHAR DO ENSINO POR INVESTIGAÇÃO**. Dissertação (Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física - MNPEF) - Universidade Federal do ABC – UFABC – Santo André, 2018.

FERRACIOLI, Laércio. **ASPECTOS DA CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO E DA APRENDIZAGEM NA OBRA DE PIAGET**. Cad. Bras. Ens. Fís., v. 16, n. 2: p. 180-194, ago. 1999.

FERRACIOLI, Laércio; *et al*. **AMBIENTES DE MODELAGEM COMPUTACIONAL NO APRENDIZADO EXPLORATÓRIO DE FÍSICA**. Caderno Brasileiro de Ensino de Física, 29, 679–707, Ago 2012. https://doi.org/10.5007/2175-7941.2012v29nesp2p679

FILHO, Ivan de Oliveira Holanda e CRUZ, Marcos Paulo Mesquita da. **APLICAÇÕES E PRÁTICAS DO GEOGEBRA NO ENSINO FUNDAMENTAL**. VI CONEDU, Out 2019, ISSN 2358-8829. https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/59101

GOMES, Luciano Carvalhais e BELLINI, Luzia Marta. **UMA REVISÃO SOBRE ASPECTOS FUNDAMENTAIS DA TEORIA DE PIAGET: POSSÍVEIS IMPLICAÇÕES PARA O ENSINO DE FÍSICA**. Rev. Bras. Ensino Fís., v. 31, n. 2, 2301, 2009. https://doi.org/10.1590/S1806-11172009000200002

GOMES, Thiéberson e FERRACIOLI, Laércio. **A INVESTIGAÇÃO DA CONSTRUÇÃO DE MODELOS NO ESTUDO DE UM TÓPICO DE FÍSICA UTILIZANDO UM AMBIENTE DE MODELAGEM COMPUTACIONAL QUALITATIVO**. Rev. Bras. Ensino Fís., v. 28, n. 4, p. 453-461, 2006. https://doi.org/10.1590/S0102-47442006000400008

GODINHO, Bruno de Oliveira, RIBEIRO, Bruno Nunes Myrrha e CARVALHO, Carlos Vito. **UMA PROPOSTA DE UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA PARA O ENSINO DA MECÂNICA VETORIAL EM CURSOS DE ENGENHARIA**. Rev. Acta Science & Technicae, v. 2, n. 1, 2014. ISSN: 2317-8957. Disponível em: http://dx.doi.org/10.17648/uezo-ast-v2i1.42

GRAVINA, M. A. e CONTIERO, L. de O. **MODELAGEM COM O GEOGEBRA: UMA POSSIBILIDADE PARA A EDUCAÇÃO INTERDISCIPLINAR?**. Revista Novas Tecnologias na Educação, Porto Alegre, v. 9, n. 1, 2011. DOI: 10.22456/1679-1916.21917. Disponível em: https://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/21917. Acesso em: 11 set. 2023.

HESPANHOL, Leticia Lopes; *et al*. **A UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA PARA O ENSINO DA GEOMETRIA**. XII ENEM, Jul 2016, ISSN 2178-034X. http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/6276_4233_ID.pdf

HOHENWARTER, M. **GEOGEBRA - DIDAKTISCHE MATERIALIEN UND ANWENDUNGEN FÜR DEN MATHEMATIKUNTERRICHT**. Universität Salzburg, Dissertation, 2006. https://www.geogebra.org/m/qe9dzbsm

JARDIM, Deborah Faragó, *et al*. O **LABORATÓRIO VIRTUAL COMO ESPAÇO PARA APRENDIZAGEM DE CONTEÚDO DA ANÁLISE DIMENSIONAL – UM RELATO DE EXPERIÊNCIA DO USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE FÍSICA**. Revista Vozes dos Vales: Publicações Acadêmicas Reg.: 120.2.095 – 2011 – UFVJM ISSN: 2238-6424 QUALIS/CAPES – LATINDEX Nº. 11 – Ano VI – 05/2017. http://site.ufvjm.edu.br/revistamultidisciplinar/volume-xi/ Acesso em: 14/11/2023.

KRIPKA, Rosana Maria Luvezute, *et al*. **APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA LINEAR: EXPLORANDO RECURSOS DO GEOGEBRA NO CÁLCULO DE ESFORÇOS EM ESTRUTURAS**. Acta Scientiae, v.19, n.4, jul./ago. 2017. ISSN 2178-7727. http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/2304 Acesso em: 14/11/2023.

MACEDO, Daniel Freire de; *et al*. **A IMPORTÂNCIA DA UTILIZAÇÃO DO APLICATIVO GEOGEBRA EM AULAS DE MATEMÁTICA: EXPERIÊNCIA VIVENCIADA EM UMA ESCOLA DA EDUCAÇÃO BÁSICA.** IV CONEDU, Dez 2017, ISSN 2358-8829. https://www.editorarealize.com.br/artigo/visualizar/35320.

MASSONI, Neusa Teresinha e MOREIRA, Marco Antônio. **UMA ANÁLISE CRUZADA DE TRÊS ESTUDOS DE CASO COM PROFESSORES DE FÍSICA: A INFLUÊNCIA DE CONCEPÇÕES SOBRE A NATUREZA DA CIÊNCIA NAS PRÁTICAS DIDÁTICAS**. Ciên. Educ. (Bauru), Set 2014, vol.20, no.3, p.595-616. ISSN 1516-7313

MEDEIROS, Alexandre e MEDEIROS, Cleide Farias de. **POSSIBILIDADES E LIMITAÇÕES DAS SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS NO ENSINO DA FÍSICA**. Rev. Bras. Ensino Fís. 24 (2) • Jun 2002 • https://doi.org/10.1590/S0102-47442002000200002

MEDEIROS, Vanessa Karla de; SILVA, Ana Maria da e NORONHA, Lincolly Thiago Santos. **APLICAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE CIÊNCIAS**. V CONEDU, Out 2018, ISSN 2358-8829. https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/46358

MELLO, Débora Amaral Taveira; *et al*. **LIVROS DIDÁTICOS DE FÍSICA E ASPECTOS GRÁFICOS: UMA ABORDAGEM VISUAL NO ENSINO DE ONDAS ESTACIONÁRIAS**. v. 11 n. 2 (2022): Revista Criar Educação

MORAES, Roque. **CONSTRUTIVISMO E ENSINO DE CIÊNCIAS: REFLEXÕES EPISTEMOLÓGICAS E METODOLÓGICAS**. Porto Alegre: EdiPUCRS, 2003.

MOREIRA, Marco Antônio. **UMA ANÁLISE CRÍTICA DO ENSINO DE FÍSICA**. Estud. av., vol. 322, no. 94, p. 73-80, Dez 2018, ISSN 0103-4014. https://doi.org/10.1590/s0103-40142018.3294.0006

MOREIRA, Marco Antônio. **TEORIAS DE APRENDIZAGEM**. 2 ed. ampl. - São Paulo: EPU, 2011.

NESI, Elisângela Rovaris; *et al*. **A FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DE FÍSICA NO ESTADO DO PARANÁ: UM OLHAR A PARTIR DO MESTRADO NACIONAL PROFISSIONAL EM ENSINO DE FÍSICA (MNPEF)**. Rev. Valore, 2021, vol.6, p.511-522.

NETO, Ana Lúcia Gomes Cavalcante; *et al*. **CONSTRUTIVISMO E ENSINO DE CIÊNCIAS: DESCOBRINDO CAMINHOS A PARTIR DA EDUCAÇÃO AMBIENTAL**. Linguagens, Educação E Sociedade, (19), 145-154, 2008. https://periodicos.ufpi.br/index.php/lingedusoc/article/view/1514

NUSSENZVEIG, Herch Moysés. **CURSO DE FÍSICA BÁSICA, 1: MECÂNICA** - 5. ed. - São Paulo: Blucher, 2013.

OLIVEIRA, Humberto da Silva e FREIRE, Morgana Lígia de Farias. **O COMPUTADOR E O ENSINO DE FÍSICA: SIMULAÇÃO E MODELAGEM COMPUTACIONAL**. Revista Compartilhando Saberes, v. 1, p. 1-16, 2014. https://www2.unifap.br/dsbrissa/files/2016/11/O-computador-e-o-ensino-de-física.pdf (Acesso em: 06 de novembro de 2023)

PARREIRA, Júlia Esteves e DICKMAN, Adriana Gomes. **OBJETIVOS DAS AULAS EXPERIMENTAIS NO ENSINO SUPERIOR NA VISÃO DE PROFESSORES E ESTUDANTES DA ENGENHARIA**. Rev. Bras. Ensino Fís., vol. 42, Jul 2020. https://doi.org/10.1590/1806-9126-RBEF-2020-0096

PEREIRA, S.; ROCHA, C. e FORMIGOSA, M. **ETNOFÍSICA DOS MECANISMOS DE ALAVANCAS UTILIZADOS PELOS AGRICULTORES NA PRODUÇÃO DA FARINHA DE MANDIOCA, SENADOR JOSÉ PORFÍRIO, PARÁ**. Revista Insignare Scientia - RIS, v. 3, n. 5, p. 152-169, 18 dez. 2020. https://doi.org/10.36661/2595-4520.2020v3i5.11518

PIAGET, Jean e INHELDER, Bärbel. **A PSICOLOGIA DA CRIANÇA**. - 2ª ed – Rio de Janeiro: Difel, 2006. 144p.

POLONIO, Dalle Christian Vinícius Coelho. **UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE ESTÁTICA NO ENSINO MÉDIO**. Dissertação (Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física - MNPEF) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR – Campo Mourão, 2018.

RESENDE, Mateus Antônio e MACIEL, Marco Antônio Pantoja. **UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ENSINO DE FÍSICA QUÂNTICA**. E-Boletim Da Física, 11(1), Abr 2023. https://doi.org/10.26512/e-bfis.v11i1.47352

RIBEIRO, Everton e SILVA, Milene Dutra da. **LIVROS DIDÁTICOS DE FÍSICA: CARACTERÍSTICAS E ESPECIFICIDADES**. v. 1 n. 2 (2021): [L&P] - Licenciaturas & Pesquisa UNIANDRADE

RODRIGUES, Ernani Vassoler e LAVINO, Daniel. **MODELAGEM NO ENSINO DE FÍSICA VIA PRODUÇÃO DE STOP MOTION, COM O COMPUTADOR RASPBERRY PI**. Rev. Bras. Ensino Fís. 42 • 2020 • https://doi.org/10.1590/1806-9126-RBEF-2019-0012

SANTOS, Gutemberg Torquato dos. **RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS NA ENGENHARIA: O USO DO GEOGEBRA PARA O ENSINO DE FLEXÃO EM ESTRUTURAS**. Dissertação (Dissertação do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas - PPGECE) - Universidade do Vale do Taquari – UNIVATES – Lajeado, janeiro de 2021.

SERWAY, Raymond A.; JEWETT JR, John W. **PRINCÍPIOS DE FÍSICA**. - São Paulo: Cengage Learning, 2014.

SILVA, Amanda Aparecida Borges da. **O ENSINO DE FÍSICA ATRAVÉS DE PRÁTICAS EXPERIMENTAIS COM APARATOS DE BAIXO CUSTO: O USO DE UM FOTOGATE NA ABORDAGEM DE FENÔMENOS RELACIONADOS AO MOVIMENTO**. Dissertação (Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física - MNPEF) - Universidade Federal de Alfenas – UNIFAL – Alfenas/MG, 2022. ACFrOgBuoAwv_vDweM8J_R8xSQ4QKsySbjvMxVuRSLi4MabzivvaE_qABjKQCcL7pgQcfcx2T0QZI5uenye11DmSszygYw0KDNMnuvIDVFuxH3XDUBZzjryJX9J8PeQ_.pdf (unifal-mg.edu.br)

SORBY, S. A., e VILMANN, C. R. **GOING ONLINE WITH STATICS**. Paper presented at 2011 ASEE Annual Conference & Exposition, Vancouver, BC. 10. Jun, 2011. DOI: 10.18260/1-2—18033

VEIT, E. A. e TEODORO, V. D. **MODELAGEM NO ENSINO: APRENDIZAGEM DE FÍSICA E OS NOVOS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS PARA O ENSINO MÉDIO**. Rev. Bras. Ensino Fís. 24 (2) • Jun 2002 • https://doi.org/10.1590/S1806-11172002000200003

VIANA, Glêsiane Coelho de Alaor e MARTINS, Maria Inês. **TIPOLOGIA DE CONTEÚDOS EM LIVROS DIDÁTICOS DE FÍSICA: UM ESTUDO EM COLEÇÕES DO PNLD 2015 E 2018**. Revista Contexto & Educação, 35(111), 170–186, Ago 2020. ISSN 2179-130. https://doi.org/10.21527/2179-1309.2020.111.170-186

XAVIER, Paulo Roberto Rodrigues. **ESTRUTURAS ESTÁTICAS E SUAS RELAÇÕES CONCEITUAIS COM A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA: UM ROTEIRO EXPERIMENTAL PARA PROFESSORES**. Dissertação (Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática) Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais – PUC-MG – Belo Horizonte, dezembro de 2010.